INCIDENCIA DEL LENGUAJE METAFÓRICO DOCENTE EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES, EN GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JAIME SALAZAR ROBLEDO DE PEREIRA.

TESISTA:

CRISTIAN DAVID FRANCO RESTREPO

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

PEREIRA, 2018

INCIDENCIA DEL LENGUAJE METAFÓRICO DOCENTE EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES, EN GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JAIME SALAZAR ROBLEDO DE PEREIRA.

Tesista:

CRISTIAN DAVID FRANCO RESTREPO

Director:

ÓSCAR FERNÁNDEZ SÁNCHEZ

Doctor en Ciencias de la Educación

Universidad Tecnológica de Pereira

Documento presentado como requisito para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Matemáticas

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

PEREIRA, marzo 2018

Notas de aceptación

Firma jurado

Firma jurado

Firma del director

PEREIRA, MARZO 2018

A mi abuela Rosalba Restrepo, agradecerle por brindarme la educación como proyecto de vida; también mi madre Martha Cecilia Franco y hermanos que son mi motivación para afrontar cada día.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por todas las bendiciones brindadas, ya que son estas las que permiten mejorar cada día como persona y como docente.

A nuestro director, docente del departamento de matemáticas el Doctor Oscar Fernández Sánchez y el grupo de investigación GIPEMAC, quienes brindaron sus conocimientos y experiencias para llevar a cabo este trabajo.

A mí familia por infundir en mi lucha y deseo de superación; resaltando el apoyo en los momentos de duda, desesperación y felicidad.

A la profesora Mónica Ángulo Cruz por sus valiosos aportes desde los inicios de mi formación académica.

A la Universidad Tecnológica de Pereira y el programa de la Maestría en Enseñanza de la Matemática, quienes nos permitieron lograr una formación profesional optima de acuerdo con el perfil profesional.

El firmante, Doctor Óscar Fernández Sánchez, profesor de la Maestría en Enseñanza de las Matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP).

Certifica:

Que la presente investigación titulada: "Incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de los números racionales, en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira", ha sido realizada bajo su dirección por el Licenciado en Matemáticas y Física, Cristian David Franco Restrepo, y constituye su trabajo de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Matemáticas, en la línea de Educación Matemática y Comunicación. Así, se espera que tenga efectos oportunos ante la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira, el día __ del mes __ de del año 2018.

____

Doctor, Oscar Fernández Sánchez

Índice general

Índice de figuras

Índice de Tablas

Introducción

El docente juega un papel fundamental en la enseñanza de las matemáticas, por medio de sus competencias transmite sus saberes de acuerdo a los contenidos requeridos; una de las competencias fundamentales para el desarrollo de sus cursos, es la comunicación; la cual se desarrolla a través de la elaboración, argumentación, interpretación de ideas que se transmiten por un canal de mensajes nutrido de expresiones metafóricas en su mayoría no planificadas. Una de las problemáticas por la que los estudiantes no desarrollan su conocimiento, es el escaso entendimiento de lo que comunican sus docentes; esta fue una de las bases fundamentales para determinar que tanto incide el lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de los números racionales en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo.

Esta investigación se realizó fundamentada en la Teoría de la Cognición Matemática, principalmente por los criterios teóricos sobre metáforas conceptuales de Lakoff y Núñez (2000), también se tuvo en cuenta trabajos de investigación realizados por Font, Vicenç, Acevedo y Nanclares (2001) y los trabajos desarrollados en el grupo de investigación GIPEMAC, en cuanto al lenguaje metafórico docente. Posteriormente se realizó el trabajo de campo donde se grabó el audio de las clases de los docentes investigados, luego se transcribió rigurosamente los discursos empleados y así se procede a la codificación abierta del corpus de metáforas de cada docente, logrando así la categorización que permitió realizar los contrastes docentes – estudiante y docente – definición formal.

En el primer contraste se diseñaron dos entrevistas, una para los estudiantes donde se les indago sobre que entendieron de varias de las expresiones metafóricas empleadas por el docente en la clase desarrollada días anteriores, y a los docentes se les cuestiono sobre cuál era su intención en el uso de las expresiones metafóricas seleccionadas y así se determina la coincidencia entre los docentes y estudiantes; los docentes se sentían sorprendidos sobre lo que habían dicho, esto ocasionado por el lenguaje usado de una manera inconsciente. En el segundo contraste se comparó y se determinó la coincidencia de las expresiones metafóricas que dijo el docente y lo que argumentan los textos educativos de matemáticas. Se evidencia que los docentes en la transposición didáctica en ocasiones generan obstáculos epistemológicos.

Finalmente se procedió a determinar la incidencia del lenguaje metafórico por medio de los dos contrastes mencionados anteriormente, y así se determinó si cada una de las expresiones metafóricas utilizadas incidía positiva o negativamente en el aprendizaje de los estudiantes. La sistematización y análisis de los datos de desarrollo con la escala tipo Likert. Este proyecto de investigación es derivado del proyecto “Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase Uno”.

Capítulo 1

PLANTEAMIENTO GENERAL

1.1.Planteamiento del problema

Las investigaciones en el campo de la Educación Matemática han considerado múltiples aspectos relacionados con la problemática tanto de la enseñanza como del aprendizaje de la Matemática. Sin embargo, pocas han abordado la problemática de la comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La enseñanza no se brinda solo por el dominio que tenga el docente en cuanto a su formación disciplinar, la actividad matemática también se da principalmente por el discurso que se utiliza, siendo este regido por el imaginario colectivo que ha impregnado la cultura, y evidenciado por medio de metáforas utilizadas en las expresiones verbales con el fin de clarificar un objeto matemático.

Dice (Lakoff, y Johnson, 1995) "…hemos llegado a la conclusión de que la metáfora, por el contrario, impregna la vida cotidiana, no solamente el lenguaje, sino también el pensamiento y la acción. Nuestro sistema conceptual ordinario, en términos del cual pensamos y actuamos, es fundamentalmente de naturaleza metafórica" (P.39). Las culturas en general y la colombiana en particular, en su lenguaje, están llenas de metáforas, ya que estas estructuran la forma de percibir las cosas y actuar según el contexto. En el momento de discutir situaciones, sean de tipo académico o de la vida cotidiana, se usan argumentos, donde la metáfora es la herramienta para hacer entender lo que se piensa y fundamentar nuestra posición frente a lo que se quiere expresar.

(Pimm. D, 2003) señala que “las matemáticas son un lenguaje de modo especial, como una metáfora” (p.19). Todo objeto matemático ha surgido a través de una metáfora, estas en su momento fueron metáforas vivas, pero a través del tiempo se convierten en expresiones literales. Para la enseñanza de los objetos matemáticos, se requiere que los docentes usen el lenguaje metafórico de las matemáticas “metáforas conceptuales” y lo relacionen con el cotidiano, para hacerse entender de una forma que el estudiante le encuentre sentido a lo que están enseñando.

Al respecto dice (Lizcano, 2006) “…La matemática, considerada como el caso más difícil posible por los propios estudios sociales de la ciencia, cuando se aborda desde las luces y sombras que sobre ella arroja el fondo imaginario que también a ella la nutre, resulta tener muy poco que ver con ese lenguaje puro y universal, que sobrevuela las diferencias culturales y los avatares de la historia, como se nos ha enseñado a verla desde la escuela elemental” (p.40). La matemática por lo general, es una disciplina que desde el campo educativo la hacen ver práctica y aplicada en el mundo, pero al momento de abordarla desde su esencia, se encuentran una serie de conceptos abstractos, es allí donde el docente al pretender explicar tales conceptos, utiliza metáforas de forma involuntaria, que en ocasiones logran el propósito para algunos estudiantes, mientras que para otros generan confusiones o barreras de aprendizaje.

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN) "la enseñanza de las matemáticas está enmarcadas en cinco procesos generales la formulación y la resolución de problemas, modelación de fenómenos de la realidad, la comunicación, el razonamiento, la formulación y comparación para la ejercitación de procedimientos". (MEN, 2003, p. 51)

El (MEN) señala que "A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos."(MEN, 2003, p.54)

De lo anterior se puede concluir que las matemáticas se comunican de diferentes formas. Esta propuesta de investigación se centrará en el papel de las metáforas presentes en el discurso del profesor frente a la relación docente-estudiante, al momento de explicar conceptos y procedimientos de los números racionales, y así determinar la incidencia en el aprendizaje de los estudiantes.

1.2 Pregunta de investigación

Los números racionales, son un objeto matemático, que desde la educación básica secundaria ha generado obstáculos epistemológicos en varios estudiantes; por ejemplo, algunos no saben que los números enteros también son racionales, cuando dos fracciones son equivalentes, piensan que el algoritmo para sumar o restar fracciones homogéneas es el mismo para sumar las heterogéneas, entre otras dificultades. Esta investigación buscará que tanto influye el lenguaje metafórico que se utiliza en el aprendizaje de los números racionales, de acuerdo con el imaginario colectivo del docente que se va investigar, por eso surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué incidencia tiene el lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje de los números racionales en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira?

1.3 Objetivos

A continuación, se muestran los objetivos que orientaron la investigación.

1.3.1 Objetivo General

Determinar la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje de los números racionales en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira.

1.3.2 Objetivos específicos

- Realizar una revisión bibliográfica con el fin de hacer una recopilación de literatura sobre conceptualización metafórica en la enseñanza de los números racionales.

- Identificar el lenguaje metafórico y caracterizar las metáforas empleadas por el docente en la enseñanza del concepto de los números racionales con los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira.

- Comparar el significado pretendido de las metáforas utilizadas por el docente en su discurso para enseñar los números racionales, con el significado entendido por los estudiantes.

- Analizar y modelar la incidencia de las metáforas identificadas y caracterizadas en el aprendizaje de los números racionales de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo.

1.4 Justificación

El aprendizaje de la matemática ha sido objeto de investigación en Educación Matemática. Teorías como el constructivismo, el ABP (Aprendizaje basado en problemas), el conductismo, entre otros, han intentado mostrar las formas de aprendizaje de manera que los estudiantes logren un aprendizaje significativo, sin embargo, se siguen evidenciando falencias en la enseñanza de esta área. Es por eso una necesidad seguir en busca de nuevos métodos, que permitan al estudiante adquirir los estándares básicos de competencia según lo estipula el MEN.

Un aspecto importante a tener en cuenta en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática es la comunicación, dada por medio de expresiones verbales basadas en metáforas, analogías, gráficos, símbolos y gestos; estos aspectos de la comunicación permiten transmitir los conocimientos requeridos relativamente. ¿Será que en el momento que un docente explica un objeto matemático, todos los estudiantes entienden lo mismo? Según Gutiérrez, “la principal dificultad está en la necesidad que tenemos de conocer lo que pasa por la cabeza de los estudiantes cuando están envueltos en una actividad matemática, cuáles son sus procesos de razonamiento, cómo analizan y transforman la información que les llega del exterior, cuándo y cómo toman decisiones, etc. Todo ello para tratar de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje” (2005, p. 28). La información transmitida a los estudiantes en la enseñanza de un objeto matemático, es un conjunto de expresiones metafóricas combinadas con lenguaje formal, donde se pretende que los estudiantes interioricen los conceptos dados; pero en ocasiones se generan obstáculos epistemológicos por una inadecuada transmisión de la información.

Una de las líneas de investigación en la Educación Matemática es la teoría cognitiva de las matemáticas, donde se han realizado una serie de investigaciones que muestran que el discurso docente es netamente metafórico, por eso (Font, Vicenç, Acevedo y Nanclares, 2001, p.407) citan a (Lakoff y Núñez, 2000) los cuales hacen referencia a “la existencia de una nueva disciplina llamada ciencia cognitiva de la matemática. El núcleo central de esta nueva teoría está basado en la importancia que tiene el cuerpo sobre la mente y en los relativamente recientes hallazgos en lingüística cognitiva”. Basados en los aspectos de esta teoría se aplicó la metodología de esta investigación.

Dicen (Lakoff, y Johnson, 1995) que "los denominados conceptos puramente intelectuales, por ejemplo, los conceptos de una teoría científica, están a menudo – quizá siempre-basado en metáforas que tienen un fundamento físico y/o cultural" (p. 56).

Basado en esta afirmación, la construcción del conocimiento matemático está relacionado directamente con el lenguaje metafórico. Cada docente posee un imaginario colectivo que rige sus pensamientos y acciones, estas son transmitidas a los estudiantes inconscientemente en los discursos que se dan en el aula de clase. En esta investigación se realizará un análisis para determinar la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje de los números racionales. Cuando el docente explica el objeto matemático puede hacer una introducción previa a este, puede definirlo directamente, o apoyarse en un medio didáctico para dar a entender el concepto; en este proceso se usan metáforas, las cuales algunos estudiantes comprenden y otros quedan con dudas que por lo general son expresadas, por medio de preguntas, y es en este momento es donde el docente busca nuevas expresiones metafóricas para resolver las dudas de los estudiantes, pero en ocasiones el estudiante se confunde más. De aquí se concluye la importancia del lenguaje en la enseñanza de las matemáticas, ya que éste puede ser exitoso o erróneo en la comprensión de los estudiantes.

Cabe señalar que este proyecto de investigación es derivado del proyecto “Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase Uno”

1.5 Estado del arte

Varios investigadores a nivel nacional e internacional han mostrados resultados sobre nuevos métodos de aprendizaje, dificultades en el aprendizaje de ramas de la matemática y objetos matemáticos concretos. En países como España, México han abordado investigaciones en “la ciencia cognitiva de la matemática” pero en Colombia es escasa la investigación en esta línea.

El desarrollo histórico del pensamiento metafórico a través de dos grandes momentos: el primero desde la época clásica griega hasta el romanticismo del siglo XVIII y el segundo desde el siglo XVIII hasta la época actual.

1.5.1 Pensamiento metafórico desde la época clásica griega hasta el siglo XVIII

Esta época inicia desde las apreciaciones de Aristóteles quien planteó dos enfoques para la comprensión de la metáfora:

- Enfoque analógico: el elemento metaforizado es similar al elemento metaforizador.
- Enfoque traslacional: el elemento metafórico no necesita de un metaforizante, esta se da implícitamente.

A su vez, (Aristóteles, 1974) considera que “la metáfora consiste en dar a una cosa un nombre que también pertenece a otra, la transferencia puede ser de género a especie, o de una especie a género, o de especie a especie, o con fundamento a una analogía (p. 1457b).

1.5.2 Pensamiento metafórico desde el siglo XVIII hasta la época actual

La utilización de la metáfora se evidencia en varios ámbitos como el poético, filosófico, social en la totalidad del lenguaje, como “El tiempo es dinero”, “Una discusión es una guerra”, “Tus ojos son claros como la Luna”, entre innumerables ejemplos; de igual manera, (Nietzsche, 1873, p.9) afirma, “el universo es pensable en virtud de la metáfora”.

A través de la historia, la metáfora ha tomado importancia debido a su carácter sistemático e histórico. (Bustos, 2002) cita a (Black, 1954) como el más destacable investigador del papel de la metáfora en el lenguaje, el cual realizó un tratamiento de la metáfora en la reflexión sobre la materia.

Durante el siglo XX, se inicia la reflexión lingüística y filosófica retomando la metáfora dejando evidencia de esto mediante diversas investigaciones en este campo. Algunas de estas investigaciones que guardan relación con esta investigación se describen a continuación:

- Los filósofos (Scheffler, 1960) y (Petrie, 1986) en la década de los sesenta y setenta, analizaron el papel de la metáfora en la educación. Scheffler, en el libro The language of education, señaló que “las metáforas educativas más que estar atadas a procesos de verificación experimental y predicción, contribuyen a organizar el pensamiento social sobre las practicas asociadas con la escuela; y a su vez, a reflexionar sobre estas” (p. 52).
- Para (Eco, 1984), la metáfora encarna la auténtica naturaleza del lenguaje y del pensamiento, y es el fenómeno central del que debe dar cuenta la teoría semántica y literaria.
- Por otra parte, (Beare, Caldwell y Millikan, 1992), describen la escuela recurriendo a la metáfora de comparación. Para ellos, la escuela es una prisión, un ejército, una fábrica, un monasterio, una familia feliz y un mercado libre.

Estos trabajos son una iniciativa para analizar el lenguaje metafórico en el discurso docente al momento de dictar los números racionales, en busca de implicaciones en el aprendizaje de los estudiantes y así buscar estrategias para mejorar la comunicación en el proceso de enseñanza -aprendizaje.

Las investigaciones más conocidas respecto a metáforas son las realizadas por (Lakoff y Johnson, 1980, 1999), en las que pretendieron mostrar cómo buena parte de la experiencia cotidiana del mundo y de las relaciones sociales, están estructuradas metafóricamente.

Durante las últimas dos décadas se han escrito artículos de investigación relacionados con el lenguaje metafórico y las implicaciones que este genera en el discurso de los docentes. Entre estos el artículo de (Lizcano ,1999), la metáfora como analizador social, donde manifiesta que el estudio sistemático de las metáforas puede emplearse como un potente analizador social.

Para (Vázquez, 2007), la metáfora como vía para entender la realidad: tiene un valor y un sentido diferente para la persona que investiga y para la persona que aporta el discurso metafórico, para la primera la metáfora es un instrumento con el que pretende acceder a la realidad encubierta y para la segunda, la metáfora es una forma de representar y explicar dicha realidad. Por tanto, se trata de posiciones diferentes que no se pueden olvidar cuando se afronta la tarea de intentar comprender una realidad a través de las metáforas (p. 143).

1.5.3 Investigaciones de análisis metafórico en objetos matemáticos concretos

En didáctica de la matemática son varias las investigaciones en análisis del lenguaje metafórico en objetos matemáticos, a continuación, se describen brevemente algunas de estas investigaciones.

(Pochulu, Abrate y Font, 2008) realizaron la investigación titulada "Implicaciones educativas del uso de metáforas en contextos de resolución de ecuaciones", bajo el marco teórico de la metáfora conceptual, diseñan una secuencia de actividades para ser resueltas por los estudiantes, con la intención de: analizar el discurso escrito que emplean los alumnos en contextos de resolución de ecuaciones, y poner en evidencia potenciales dificultades y obstáculos debidos al uso de metáforas en la resolución de ecuaciones.

Trabajaron con las producciones escritas de 429 estudiantes aspirantes a ingresar en la Universidad Nacional de Villa María (Argentina), durante el año 2007, mientras cursaban el Módulo de Matemática. Para la segunda fase, analizaron 60 libros de matemáticas que abordan la resolución de ecuaciones como tema de estudio. Estos libros pertenecen a las bibliotecas de los dos centros educativos encargados de la formación de profesores en la ciudad, y buscaron en ellos la presencia de las metáforas que eran más utilizadas por los alumnos y que habían sido detectadas en la primera fase de estudio.

Así mismo, (Acevedo, 2001) con su tesis doctoral "fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones en la cual buscaba comprobar que este fenómeno detectado en (Font, 2000) ocurre con una cierta regularidad, bajo los siguientes objetivos:

1. Detectar si el profesor, al explicar la representación gráfica de funciones en el bachillerato, usa metáforas del tipo "La gráfica de una función se puede considerar como

la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones" o bien una variación de esta metáfora: "La gráfica de una función se puede considerar como la traza que deja un punto que se mueve sobre la gráfica"

2. Analizar el contenido de su discurso para detectar, además de la anterior, otras metáforas.
3. Verificar si el profesor es consciente del uso que ha hecho de las metáforas en su discurso y hasta qué punto las tiene controladas.
4. Determinar el efecto que producen estas metáforas sobre los alumnos.

Por otra parte, (Romaña, 2014) realiza el trabajo de maestría: "Posibles implicaciones del discurso metafórico docente en el abordaje del concepto de divisibilidad con estudiantes de séptimo grado de la institución educativa Santa Teresita del Municipio de la Victoria (Valle del Cauca)", en la Universidad Tecnológica de Pereira. En este trabajo se aborda toda la teoría cognitiva de la matemática aplicada concretamente al concepto de divisibilidad, con lo cual dicho trabajo es el referente teórico y metodológico más importante en la presente investigación. La metodología bajo la cual se desarrolló la investigación de Romaña, concebida en el seno del grupo de investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación –GIPEMAC, consistió en el registro de una serie de clases de divisibilidad, para las cuales se desarrolló la completa transcripción de todos los audios registrados, material con el cual más tarde, se realizó la clasificación de metáforas utilizadas en la explicación del docente con el fin de estructurar una entrevista con cada estudiante, para contrastar los significados emergente y significados referentes en la explicación del concepto de divisibilidad. A partir del análisis de las metáforas utilizadas por el docente se realizó la configuración epistémica a través de la clasificación de las metáforas encontradas, permitiendo realizar el análisis de las posibles implicaciones del discurso metafórico del docente al explicar el concepto de divisibilidad.

También (Rojas, 2017) realiza el trabajo "Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de número complejo con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Hogar Nazaret". En este trabajo se indago acerca de la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de numero complejo con estudiantes de grado noveno en la Institución Educativa Hogar Nazaret, bajo un enfoque cualitativo, donde se analizó mediante la observación de las clases la evidencia lingüística mostrada por el docente y como esta influye en la comprensión del tema, y a su vez, como este lenguaje delimita la comprensión del concepto de numero complejo. Mediante dicha observación se categorizó el lenguaje metafórico empleado en el discurso del docente para la enseñanza del número complejo y se estableció dicha relación entre el lenguaje metafórico y el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Por ultimo (Arenas, 2018) realiza el trabajo "Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función con estudiantes de grado once del Colegio Militar General Rafael Reyes". En este trabajo se analizó la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función con estudiantes de grado once del colegio Militar General Rafael Reyes, mediante un enfoque de investigación mixta se estudió mediante la observación de las clases la evidencia lingüística manifiesta por el docente y como esta influye en el nivel de comprensión y apropiación del tema en los estudiantes, a su vez, se observó y valoró la intencionalidad del lenguaje empleado por el docente y la percepción e interpretación de dicho lenguaje por parte de los estudiantes. Mediante dicha observación se categorizó el lenguaje metafórico empleado en el discurso del docente para la enseñanza del concepto de función y se determinó la incidencia de lenguaje metafórico docente en el aprendizaje del concepto de función.

1.5.4 Investigaciones asociadas a los números racionales

Hasta la fecha son innumerables las investigaciones sobre los números racionales, pero ninguna de estas analiza el discurso docente en la enseñanza de este objeto matemático. A continuación, se muestra el resumen de algunas de éstas.

Gairín (2001) propone en su trabajo titulado “Sistemas de representación de números racionales positivos: Un estudio con maestros en formación” se estructura en dos etapas diferenciadas por sus objetivos y por la metodología de investigación utilizada.

En la primera etapa, y aplicando la metodología de investigación-Acción, se elabora e implementa una propuesta didáctica en un grupo natural de estudiantes de la Diplomatura de Maestro de Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza, con la intención de incrementar la comprensión de los futuros maestros sobre los números racionales positivos mediante el fortalecimiento de las conexiones entre las notaciones fraccionaria y decimal. Para ello se define un modelo desde el que se construyen dos sistemas de representación de cantidades no enteras de magnitud, a través de éstos se conceptualiza a las expresiones fraccionaria y decimal como resultados de repartos igualitarios, y se pone de manifiesto que las notaciones fraccionaria y decimal admiten una estructura numérica subyacente similar.

En la segunda etapa se aplica la metodología de la entrevista a tres de los estudiantes que intervinieron en la primera etapa, con el objetivo de indagar sobre las relaciones entre las producciones previas de estos estudiantes y su actuación como profesores que revisan tareas realizadas por escolares. Se concluye que cuanto mayor es la comprensión del modelo por parte de los futuros maestros, más eficaces se muestran en la detección y diagnóstico de los errores de los escolares, y más tienden a ofrecer razonamientos sustentados en el mundo de los objetos; mientras que los estudiantes para maestro que muestran una débil comprensión del modelo llegan a aceptar como correctas respuestas erróneas de los escolares, y priman el lenguaje simbólico en las explicaciones que ofrecen a los niños.

Por otro lado, Contreras (1997), en su investigación titulada "El uso de mapas conceptuales como herramienta educativa en el ámbito de los números racionales". Esta consistió en un estudio de caso cuyo objetivo fue resaltar las ventajas metodológicas de los mapas conceptuales en el diagnóstico inicial, el diseño instruccional y la evaluación, tal como se describe en la literatura correspondiente. La identificación de números racionales como aquellos con una representación decimal finita o periódica se ha elegido como el tema específico. Los individuos estaban estudiando el tercer grado de Capacitación de Maestros. De este trabajo se concluye que; los mapas conceptuales como instrumento de diagnóstico es efectivo, acompañado de otras estrategias como la entrevista, también se evidencio que el proceso permitió a los estudiantes mejorar la utilización de mapas para reflejar el pensamiento.

Por otro lado (Franco, Quiceno, 2015), proponen en su tesis de grado titulada “diseño de material didáctico para el fortalecimiento del pensamiento matemático en la enseñanza de la educación básica y media” proponen el material didáctico “Discos Matemáticos” que está diseñado para que los estudiantes de grados sexto y séptimo fortalezcan el pensamiento numérico en cuanto al aprendizaje del tema de números racionales.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En esta investigación se aplican herramientas teóricas relacionadas con la teoría cognitiva de la matemática, la metáfora conceptual de (Lakoff y Núñez 2000), metáforas que nos piensan de (Lizcano, 2006) y la estructuración del concepto de los números racionales.

2.1 Teoría de la Cognición Matemática

Lakoff y Núñez (2000) proponen una teoría cognitiva en la didáctica de las matemáticas titulada ¿De dónde vienen las matemáticas?, la cual presenta como núcleo la importancia que tiene el cuerpo sobre la mente y algunas investigaciones recientes en lingüística cognitiva. Estos autores afirman que el origen de las estructuras matemáticas hay que buscarlo en los procesos cognoscitivos cotidianos, como son los esquemas de las imágenes y el pensamiento metafórico, de las personas y las instituciones que las han desarrollado.

Las matemáticas han surgidos de las ideas de las instituciones y las personas, más que de teoremas, axiomas, conjeturas. Muy de acuerdo con lo que dice (Font y Acevedo, 2003), "que la naturaleza de las matemáticas hay que buscarla en las ideas de las personas, más no en las demostraciones y rigurosidades propias de las matemáticas" (p. 407). Estas ideas son presentadas por medio de lenguaje metafórico, el cual se transforma según la época y el contexto.

Font y Acevedo (2003), argumentan: "todos y cada uno de los conceptos científicos (…) son conceptos metafóricos. Y son metafóricos en varios sentidos: nacieron como metáforas, como tales metáforas son rebatidos y defendidos, como metáforas se reelaboran y refinan para resultar coherentes con el resto de metáforas latentes bajo los restantes conceptos del corpus teóricos al que aspiran a incorporarse, como metáforas circulan de unas disciplinas a otras y como tales regresan a ese semillero de metáforas que es el lenguaje común del que emergieron, y como metáforas, en fin, sufren esa muerte que es el olvido, el olvido de su origen metafórico cuando su uso reiterado nos ha habituado a no ver en ellos sino conceptos puros, es decir, depurados de su ganga metafórica y social" (p. 30).

2.2. Pensamiento metafórico

Font y Acevedo (2003) afirman que "Lakoff y Johnson (1991) pusieron de manifiesto la importancia del pensamiento metafórico, entendido como la interpretación de un campo de experiencias en términos de otro ya conocido, el papel del pensamiento metafórico en la formación de los conceptos matemáticos es un tema que cada vez tiene más relevancia para la investigación en didáctica de las matemáticas" (p.406)

A través de diversas apreciaciones e investigaciones en didáctica de la matemática, el pensamiento metafórico revela grandes implicaciones en la construcción del significado de los objetos matemáticos. Por tal razón (Lakoff y Núñez, 2000) reiteran en su teoría de la cognición matemática que: “el origen de las matemáticas hay que buscarlo en las ideas de las personas, no en rigurosas demostraciones formales de teoremas, axiomas y definiciones, ni en mundos trascendentes platónicos” (p.407). Estas apreciaciones dejan de manifiesto como las ideas surgen de los mecanismos cognitivos y corporales de las personas, por razones de tipo evolutivo, sociales, culturales y de relaciones con el entorno.

(Font y Acevedo, 2003) afirman que “las metáforas se caracterizan por crear, entre un dominio de partida y un dominio de llegada, un puente conceptual que permite la transfusión de propiedades del dominio de partida en el domino de llegada. En otras palabras, crean un cierto «isomorfismo» que permite que se transpongan una serie de características y estructuras. Ahora bien, las metáforas sólo dejan ver un aspecto del dominio de llegada que no engloba su totalidad. La metáfora nos sirve para mostrar el aspecto que deseamos evidenciar y oculta otros aspectos, de los cuales muchas veces ni siquiera somos conscientes” (p.406)

2.3. Metáforas conceptuales

Una metáfora conceptual también conocida como metáfora cognitiva, según (Lakoff y Núñez, 2000) se basa en algunos resultados de la lingüística cognitiva relacionada con la teoría de las metáforas:

- Hay un extenso sistema convencional de metáforas conceptuales en todo sistema conceptual humano.
- Las metáforas son correspondencias conceptuales entre dominios.
- Las correspondencias metafóricas no son arbitrarias, sino que están motivadas por nuestra experiencia cotidiana, especialmente la experiencia corporal.
- Las metáforas no residen en las palabras, son una cuestión del pensamiento. Las expresiones lingüísticas metafóricas son manifestaciones superficiales del pensamiento metafórico.

Además de estas descripciones acerca de la metáfora conceptual realizadas por (Lakoff y Núñez, 2000) advierte (Núñez, 2000) que las metáforas también llevan asociada cierta confusión y aparentes paradojas si estas no están claramente definidas o se interpretan de manera literal.

Así Soriano define que “La metáfora conceptual es un fenómeno de cognición en el que un área semántica o dominio se representa conceptualmente en términos de otro. Esto quiere decir que utilizamos nuestro conocimiento de un campo conceptual, por lo general concreto o cercano a la experiencia física, para estructurar otro campo que suele ser más abstracto. El primero se denomina dominio fuente, puesto que es el origen de la estructura conceptual que importamos. El segundo se denomina dominio meta o destino” (p. 87).

(Romaña, 2014) cita a (Lakoff y Núñez, 2000), en lo que se refiere a los conceptos matemáticos haciendo una distinción entre los tres importantes tipos de metáforas conceptuales:

Metáforas básicas (Grounding metaphors): Estas fundamentan las ideas matemáticas en términos de la vida cotidiana, razón por la cual también se les llama metáforas extra matemáticas, ya que el dominio de partida está dentro de las matemáticas, pero su dominio de llegada está fuera de ellas. Por ejemplo, los puntos son objetos, las clases son contenedores. Las metáforas básicas permiten proyectar una estructura de imagen abstracta de la experiencia cotidiana que se conoce y que se entiende íntimamente en el domino de las matemáticas.

Metáforas de redefinición (Redefinitional metaphors): estas imponen una comprensión técnica que sustituye a conceptos ordinarios. Por ejemplo, la expresión a sobre b, se puede redefinir como b divide a, ya que esta última es más técnica en el mundo matemático.

Metáforas vinculatorias (Linking metaphors): son metáforas dentro de las propias matemáticas que permiten conceptualizar ciertos dominios matemáticos en función de otros dominios también matemáticos; es decir que tanto el dominio de partida como el de llegada, están dentro de las matemáticas. Estas últimas se dan cuando una rama de las matemáticas se utiliza para modelizar otra, como ocurre con frecuencia. Por ejemplo, cuando se entiende metafóricamente a los números como puntos sobre una línea, se está relacionando la aritmética con la geometría. (pg.29)

Por medio de estas clasificaciones, se evidencia una estructura metafórica por medio del cual nos comunicamos. Los fundamentos de la teoría cognitiva de las matemáticas han sido aplicados a diferentes investigaciones del exterior, pero en Colombia son pocas las investigaciones que abordan esta importante línea de investigación.

2.4. Metáforas que nos piensan

El imaginario colectivo es un conjunto de mitos, creencias, símbolos, figuras, etc.; que existen en determinadas épocas, el imaginario colectivo rige nuestros pensamientos y acciones. Como asegura (Lizcano, 2006) que el imaginario de cada cultura da las bases de cómo entender y percibir el mundo, a través de los mitos, creencias, y situaciones puntuales inculcadas por esta. Según (Lizcano, 2006), "…La centralidad del interés por lo imaginario en nuestros días es análoga a la que siempre ha ocupado en otras culturas y semejante a la que, en la cultura occidental, ocupó en la Edad Media, en el barroco o en romanticismo." (p. 38)

La influencia de las culturas, ha permitido el avance de unas en comparación con otras, ya que lo que puede imaginar una la otra no lo puede entender, o en si lo pueden de manera diferente. De aquí surge la importancia de mostrar al estudiantado de donde se originaron los conceptos que enseñamos y que problemas solucionaron. Un ejemplo claro según (Lizcano, 2006), "La oposición entre números positivos y negativos fluye así del imaginario arcaico chino con tanta espontaneidad como dificultad tuvo para hacerlo en el imaginario europeo, que todavía en boca de Kant habría de seguir discutiendo si los negativos eran realmente números o no" (p.43).

El imaginario nos puede obstaculizar la adquisición de nuevos conocimientos; éste también es la fuente que facilita la comprensión del universo, y su vez permite la creación y construcción de nuevos conocimientos. Si nos ligamos a las imágenes para comprender y actuar en el mundo, se comete un grave error, ya que el imaginario está antes que cualquier imagen, ya que para ser imagen tuvo que ser imaginario. Las matemáticas están llenas de abstracciones que a simple vista no se pueden ver aplicadas, ya que estas fueron imaginadas y fundamentadas en temas previos; pero ha sido el imaginario el que ha roto ese vínculo entre las imágenes y el concepto, para así lograr obtener conocimientos nuevos.

(Lizcano, 2006) menciona que "…Como decía Nietzsche, la realidad, lo que cada grupo humano tiene por realidad, está constituida por ilusiones que se ha olvidado que lo son, por metáforas que, con el uso reiterado y compartido, se han ratificado y han venido a tenerse por "las cosas tal y como son"" (p.55). El lenguaje está cargado de un conjunto de metáforas, que inconscientemente no se dimensionan, se usan por costumbre y se piensa que siempre ha sido establecido de esa manera.

Dice Lizcano "…Aquí es donde la metáfora se nos ha revelado, en nuestros trabajos, como un potente analizador de los imaginarios que, sin embargo, se atiende estrictamente a lo que ellos mismos dicen de modo explícito. Por así decirlo, en la metáfora el imaginario se dice al pie de la letra; o, en su caso, al pie de la imagen. Al pie, es decir, en aquello en que la letra la palabra o la imagen se soportan, se fundamentan" (p.60).

2.5. Los números racionales

Los números racionales es una temática que se desarrolla principalmente en grado séptimo, sin embargo, se empieza a construir desde la primaria temáticas como los números naturales, números fraccionarios; pero este también se transversaliza con algunas temáticas del desarrollo del pensamiento métrico, aleatorio y variacional. A continuación, se muestra la definición formal de los números racionales.

En (Apóstol, 1976) se puede encontrar que “Los cocientes de enteros a/b (donde b≠0) se llamarán números racionales. Por ejemplo, 1/2, -7/4, y 6 son números racionales. El conjunto de los números racionales, que designaremos por Q, contiene a Z como subconjunto… Por ejemplo, si a y b son racionales, su media (a+b)/2 también lo es y está comprendida entre a y b. Así pues, entre dos números racionales, lo cual implica que, dado un numero racional cualquiera, no sea posible hablar del número racional << inmediato superior>>” (Pg.8)

Según el texto Algebra Abstracta de (Herstein,1978) en las páginas (176 -180) se toma la siguiente información:

Definición de campo: Un campo, F, es un conjunto F con dos operaciones la adición, +, y el producto, *, tal que se satisfacen las siguientes propiedades:

1. Clausura respecto a la adición. Para cada pareja de elementos $k_1, k_2 \in F$ existe un único elemento $k_3 \in F$ tal que

$$+: F \times F \rightarrow F, \qquad k_1 + k_2 = k_3, \qquad \forall k_1, k_2, k_3 \in F$$

2. La adición es asociativa

$$k_1 + (k_2 + k_3) = (k_1 + k_2) + k_3, \qquad \forall k_1, k_2, k_3 \in F.$$

3. La adición es conmutativa.

$$k_1 + k_2 = k_2 + k_1, \qquad \forall k_1, k_2 \in F.$$

4. Existencia de un idéntico aditivo. Existe un elemento $0 \in$ F tal que

$$k_1 + 0 = k_1 = 0 + k_1, \qquad \forall k_1 \in F.$$

5. Existencia de un inverso aditivo. Para todo $k_1 \in F$, existe un elemento k_1, tal que

$$k_1 + (-k_1) = 0 = (-k_1) * k_1$$

6. Clausura respecto al producto. Para cada pareja de elementos $k_1, k_2 \in F$ existe un único elemento $k_3 \in F$ tal que

$$*: F \times F \rightarrow F, \qquad k_1 * k_2 = k_3, \qquad \forall k_1, k_2, k_3 \in F.$$

7. El producto es asociativo.

$$k_1 * (k_2 * k_3) = (k_1 * k_2) * k_3, \qquad \forall k_1, k_2, k_3 \in F.$$

8. El producto es conmutativo.

$$k_1 * k_2 = k_2 * k_1, \qquad \forall k_1, k_2 \in F.$$

9. Existencia de un idéntico multiplicativo. Existe un elemento $1 \in$ F tal que

$$k_1 * 1 = k_1 = 1 * k_1, \qquad \forall k_1 \in F.$$

10. Existencia de un inverso multiplicativo. Para todo $k1 \in F \, tal \, que \, k1 \neq 0$, existe un elemento $\frac{1}{k_1} = k_1^{-1} \in F$, tal que

$$k_1 * k_1^{-1} = 1 = k_1^{-1} * k_1$$

11. El producto es distributivo con respecto a la adición. Para todos $k1, k2, k3 \in F$, se tiene que

$$k_1 * (k_2 + k_3) = k_1 * k_2 + k_1 * k_3 \quad y \quad (k_1 + k_2) * k_3 = k_1 * k_3 + k_2 * k_3$$

El conjunto de los números racionales, denotado por $\mathbb{Q}$, y definido como

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \; tal \; que \; x = \frac{p}{q}, donde \; p \; y \; q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

junto con las operaciones usuales de adición y producto forman el campo, $(\mathbb{Q}, +, *)$, puesto que:

La suma + y el producto * cumplen las propiedades:

1. Clausurativa para la suma; es decir, para cada par de elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$, se cumple que

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{p * s + q * r}{qs} \in \mathbb{Q}$$

2. Clausurativa para el producto; es decir, para cada par de elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$, se cumple que

$$\frac{p}{q} * \frac{r}{s} = \frac{p * r}{q * s} \in \mathbb{Q}$$

3. Conmutativa para la adición; es decir, para cada par de elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$, se cumple que

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$$

4. Conmutativa para el producto; es decir, para cada par de elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$, se cumple que

$$\frac{p}{q} * \frac{r}{s} = \frac{r}{s} * \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$$

5. Asociativa para la adición; es decir, para los elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}, \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$; se cumple que

$$\left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right) + \frac{m}{n} = \frac{p}{q} + \left(\frac{r}{s} + \frac{m}{n}\right)$$

6. Asociativa para el producto; es decir, para los elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}, \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$; se cumple que

$$\left(\frac{p}{q} * \frac{r}{s}\right) * \frac{m}{n} = \frac{p}{q} * \left(\frac{r}{s} * \frac{m}{n}\right)$$

7. Modulativa de la suma; es decir, existe el módulo, $0 \in \mathbb{Q}$ tal que para cualquier elemento $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, se cumple que

$$\frac{p}{q} + 0 = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$$

8. Modulativa del producto; es decir, existe $1 \in \mathbb{Q}$ tal que para cada elemento $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, se cumple que

$$\frac{p}{q} * 1 = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$$

9. Invertiva de la suma; es decir, para cada elemento $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, existe $-\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, tal que se cumple que

$$\frac{p}{q} + \left(-\frac{p}{q}\right) = 0 \in \mathbb{Q}$$

10. Invertiva del producto; es decir, para cada elemento $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, existe otro $\frac{q}{p} \in \mathbb{Q}$, tal que se cumple que

$$\frac{p}{q} * \frac{q}{p} = 1 \in \mathbb{Q}$$

11. El producto es distributivo respecto a la adición; es decir, para los elementos $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}, \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$; se cumple que

$$\frac{p}{q} * \left(\frac{r}{s} + \frac{m}{n}\right) = \frac{p}{q} * \frac{r}{s} + \frac{p}{q} * \frac{m}{n} \quad y \quad \left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right) * \frac{m}{n} = \frac{p}{q} * \frac{m}{n} + \frac{r}{s} * \frac{m}{n}$$

Capítulo 3

METODOLOGÍA

Esta investigación es de tipo cualitativa, ya que se analizó el discurso docente en la enseñanza de los números racionales, donde se consideraron las variables coincidencia e incidencia del lenguaje metafórico en el aprendizaje de los estudiantes. A continuación, se muestra como se realizó la investigación y los resultados obtenidos.

3.1. Método de investigación

Esta investigación se realizó mediante la metodología análisis de contenido, la cual es de tipo cualitativa-interpretativa. Este método es utilizado para realizar análisis de textos, fotos, películas, etc. En este caso se analizaron los audios del discurso utilizado por el docente en el aula, y por medios de sistematizaciones e interpretaciones se logró dar respuesta al objetivo general de esta investigación.

Según López (2002) “Esta técnica se constituye en un instrumento de respuesta a esa curiosidad natural del hombre por descubrir la estructura interna de la información, bien en su composición, en su forma de organización o estructura, bien en su dinámica. Esta técnica centra su búsqueda en los vocablos u otros símbolos que configuran el contenido de las comunicaciones y se sitúan dentro de la lógica de la comunicación interhumana.” (p.173). Los docentes investigados han sido regidos por su imaginario colectivo que contienen una serie de características que determinan su forma de pensar y actuar, esto se transmite a los estudiantes los cuales también van forjando su propio imaginario, en esta investigación se muestra la incidencia positiva o negativa del discurso metafórico docente en el aprendizaje de los números racionales.

Respecto a este enfoque de investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2010) afirman que “el enfoque cualitativo se selecciona cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará) acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad. También es recomendable seleccionar el enfoque cualitativo cuando el tema del estudio ha sido poco explorado, o no se ha hecho investigación al respecto en algún grupo social específico” (p.364). La investigación se realizó con este tipo de enfoque, la cual se centró en indagar dos docentes y sus respectivos grupos de estudiantes. A través de contrastes realizados por medio de entrevistas, se determina la incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de los números racionales.

Según (Kerlinger, 1988), “Se considera sobre todo como un método de observación y medición. En lugar de observar el comportamiento de las personas en forma directa, o de pedirles que respondan a escalas, o aun de entrevistarlas, el investigador toma las comunicaciones que la gente ha producido y pregunta acerca de dichas comunicaciones" (p.

543). De acuerdo a este argumento se realizó dicha investigación, en la cual no se le pregunto directamente al docente sobre el uso de lenguaje metafórico en el desarrollo de sus clases, en cambio se realizaron grabaciones de audio de sus clases, posteriormente se realizó la transcripción del discurso docente y a partir de éste se elaboró la codificación abierta (Ver Anexo A.1) donde se seleccionaron un grupo de expresiones metafóricas para la elaboración de las entrevistas (Ver Anexo A.4).

3.1.1. Método etnográfico

El método etnográfico consiste en estudiar de un grupo determinado de personas a través de una descripción interpretativa sobre sus características y comportamientos para hacer un análisis detallado de la observación.

Pérez (2012) afirma que “La etnografía brinda la oportunidad de acercarse a la realidad de un individuo o grupo de individuos con el objetivo de obtener información acerca de la pregunta bajo investigación, y para comprender e interpretar la realidad observada. Como método integrativo, la etnografía tiene la facultad de comportarse como un enfoque, un método y un texto que se nutre de diferentes herramientas para la construcción de un proceso de descripción/interpretación de la realidad observada, que se articulan en el marco del trabajo de campo” (p.427). La información obtenida a través de las entrevistas, permitió comprender e interpretar la intencionalidad de los docentes y la interpretación por parte de los estudiantes, así se logró evidenciar características de los imaginarios colectivos que rigen la población estudiada.

También (Murillo y Martínez, 2010) argumentan que “La aplicación de la investigación etnográfica al entorno educativo recibe el nombre de etnografía educativa. La etnografía se centra en explorar los acontecimientos diarios de la escuela aportando datos descriptivos acerca de los medios, contextos y de los participantes implicados en la educación con el objetivo de descubrir patrones de comportamiento de las relaciones sociales, o de las dinámicas que se producen en el contexto educativo” (p.4). La Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de la ciudad de Pereira cuenta con diversidad étnica entre afrodescendientes, mestizos e indígenas; sin embargo, los resultados obtenidos en esta investigación no permiten que tipo de grupo étnico comprendió mejor las expresiones metafóricas utilizadas por el docente, ya que los resultados son homogéneos.

3.2. Ámbito de la investigación

Esta investigación se aplicó en la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de la ciudad de Pereira en el departamento de Risaralda. El primer estudio se realizó con 30 estudiantes del grado séptimo uno y el segundo con 20 estudiantes de grado séptimo dos del año 2017.

Para este estudio se analizó el discurso de dos profesores de la siguiente manera:

- **DOCENTE 1:**

  Una grabación de audio 46 minutos de clase

30 entrevistas a los estudiantes del grado 7-1 del año 2017

Una entrevista al docente titular del área 2017

- **DOCENTE 2:**

Una grabación de audio de 54 minutos de clase

20 entrevistas a las estudiantes de grado 7-2 del año 2017

Una entrevista al docente titular del área 2017

El tiempo estimado para la recolección de datos se realizó en un mes, ya que la entrevista se aplicó un mes después, para así determinar si el aprendizaje es significativo o no.

3.3. Población de la investigación

Esta investigación se realizó en dos grupos, uno de 30 estudiantes y otro de 20. La población es mixta, y es notorio una diversidad étnica, entre los cuales se encuentran afrodescendientes, indígenas y mestizos. La población está localizada en la comuna de Villa Santana de la ciudad de Pereira, la cual presenta una serie de problemáticas sociales que de una manera directa incide en el proceso educativo de los estudiantes. La edad de los estudiantes oscila entre los 12 y 15 años.

Los docentes, en el caso del Docente 1, es Administrador Financiero de la Universidad del Tolima y es de origen chocoano, el Docente 2, es Ingeniero Eléctrico de la Universidad Tecnológica de Pereira y es de la región del Eje Cafetero, ambos de género masculino. El no tener un título en formación de licenciado ha sido siempre una incógnita en cuanto a que tan efectiva son las practicas pedagógicas realizadas en las aulas, en esta investigación se analizaran las metáforas utilizadas en la explicación de los números racionales, teniendo en cuenta el contexto que las genera.

3.4. Presentación de la información obtenida

3.4.1. Descriptores metodológicos

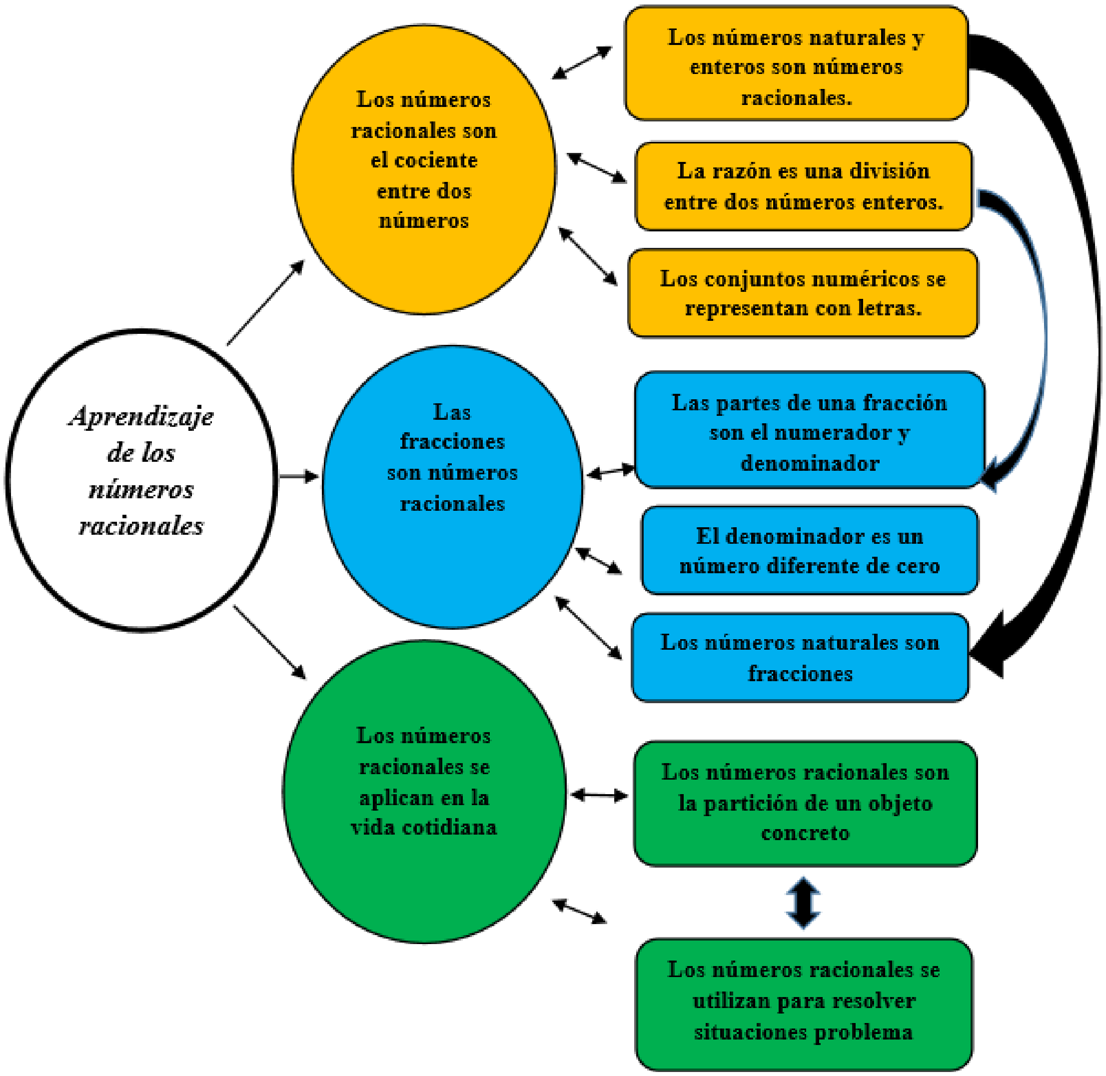
Para el Docente 1, se realizó una grabación de 46 minutos de clase; posteriormente se hizo la transcripción de los audios detalladamente (Ver Anexo A.3.). A partir del texto obtenido, se realizó la lectura donde se identificó y se clasificó las metáforas en categorías y subcategorías a partir fundamentación del marco teórico. A continuación, se muestra el esquema relacional del Docente 1, donde se establecieron tres categorías que se caracterizan con los colores amarillo, azul y verde; y estas a su vez contienen subcategorías que se relacionan entre sí (Ver figura 1).

En la figura 1 se observan tres categorías con sus respectivas metáforas, y estas su vez desglosan dos o tres subcategorías que se conectan mediante flechas que relacionan el sentido del lenguaje metafórico empleado por el docente.

Por ejemplo, la expresión: *"El 2 que es un entero y a la vez un numero natural, lo puedo representar otra vez en una fracción"* (Ver Anexo A.3.) Esta expresión parte de la categoría azul *"Las fracciones son números racionales"* y a su vez pertenece a la subcategoría *"Los números naturales son fracciones"*. Se evidencia en esta expresión metafórica que el docente, aplica directamente la relación de contenencia entre conjuntos numéricos, hace notar que un número puede ser elemento de uno o más conjuntos.

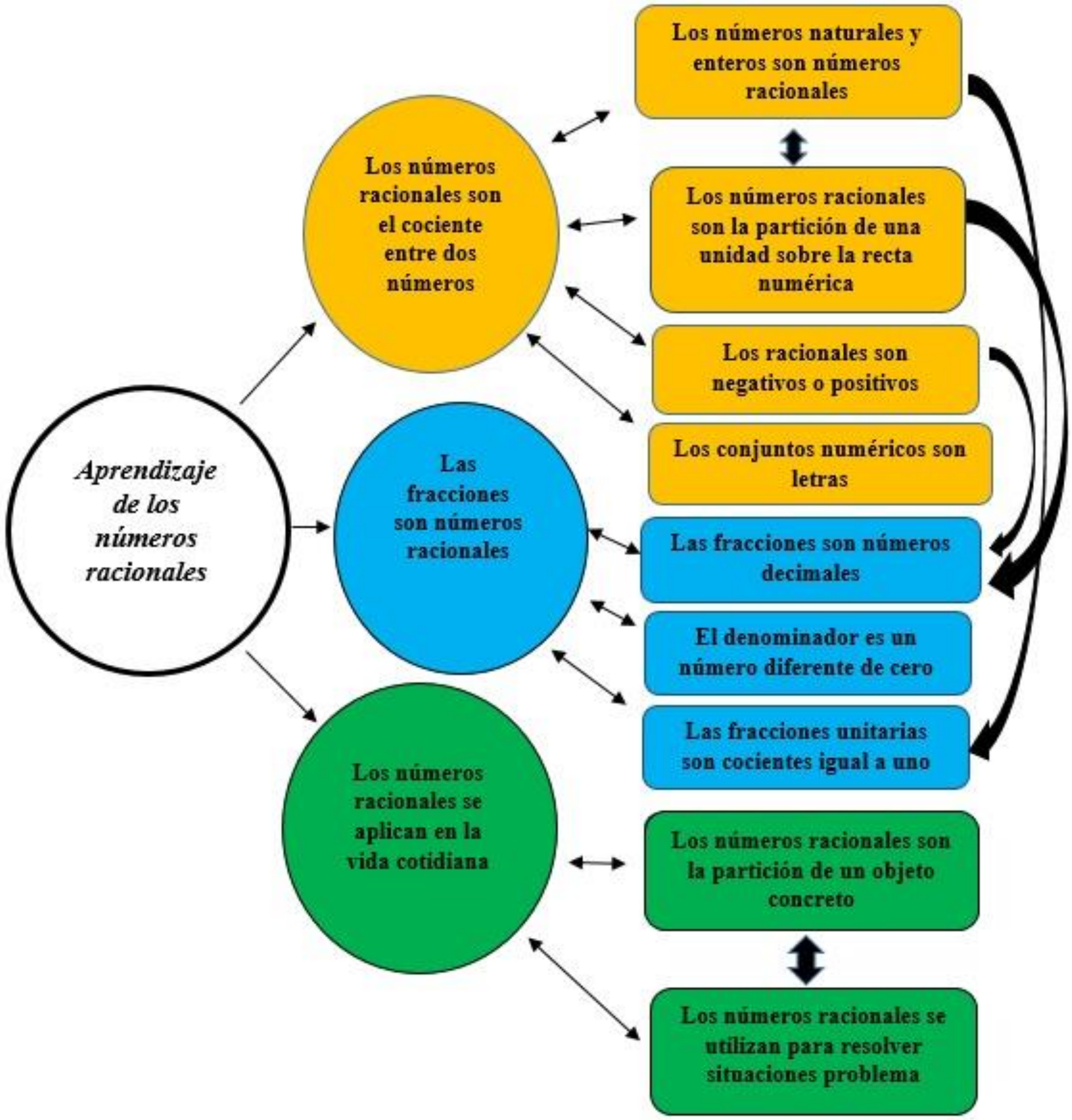
Otro ejemplo es la expresión metafórica: *"Si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción representa esa parte del pastel?"* (Ver anexo A.3), esta hace parte de la categoría *"Los números racionales se aplican en la vida cotidiana"* y a su vez hace parte de las dos subcategorías.

Figura 1: Esquema relacional lenguaje metafórico Docente 1



Fuente: Elaboración propia

Figura 2: Esquema relacional lenguaje metafórico Docente 2



Fuente: Elaboración propia

En la figura 2, se observa el esquema relacional del Docente 2, donde por ejemplo la expresión *"Si los mirábamos en la recta numérica, había infinitos números en la mitad de ellos,* *que decíamos que si yo tenía la recta numérica acá y yo por aquí tengo el 0, por aquí tengo el 1, por aquí tengo el 2 y así sucesivamente"*, donde se observa que esta hace parte de la categoría de color amarillo *"Los números racionales son el cociente entre dos números"* y esta a su vez hace parte de la subcategoría *"Los números racionales son una partición de una unidad sobre la recta numérica"* y se observa que esta se relaciona con la subcategoría, de la categoría azul *"Las fracciones son números decimales"*.

En ambos esquemas relacionales se observa que los docentes usan bastantes expresiones metafóricas en su discurso de aula, las cuales causan desviaciones en la comprensión de los conceptos que el docente trata de explicar. Este último aspecto se verifica en las entrevistas a los estudiantes (Ver Anexo A.4.), que se centraron en el discurso usado para explicar los números racionales, así mismo, se identificaron y se caracterizaron metáforas relacionadas con los conjuntos numéricos, definición de los números racionales y aplicaciones que conciben los docentes desde su imaginario colectivo.

3.4.2. Variables estudiadas

En esta investigación se diseñó y aplico una entrevista por cada docente y su respectivo grupo; estas contienen 12 expresiones metafóricas seleccionadas de las codificaciones abiertas de cada docente. La entrevista se le aplico al docente preguntando que pretendía hacerse entender con dichas expresiones y a los estudiantes se les indago sobre que entendieron cuando el docente utilizo dicha expresión; así se determinó la coincidencia entre las dos argumentaciones y este se denominó como contraste 1.

La coincidencia se calificó con la escala Tipo Likert, este método fue desarrollado por Rensis Likert en 1932; sin embargo, se trata de un enfoque vigente y bastante popularizado (Hernández, S. R., Fernández, C., y Baptista, P., 2006). Esta escala es útil, para la calificación de coincidencias entre variables. En la tabla se muestra la descripción de la escala.

Tabla 1: Calificación escala Likert

Muy de acuerdo	De acuerdo	Ni en acuerdo ni en desacuerdo	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
5	4	3	2	1

Fuente: (Hernández, Fernández y Baptista, 2006)

También se realizó un contraste 2 que media la coincidencia entre definiciones formales sobre los números racionales y la intencionalidad del docente, también se calificó este contraste con la calificación tipo Likert. Finalmente se calificó la incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de los números racionales comparando el contraste 1 y 2, para así determinar si la incidencia es positiva o negativa.

3.4.3. Organización de la información

En las Tablas 2 y 3 se muestra la sistematización (Ver Anexo A.1) de la recurrencia de estudiantes que comparten significados y la calificación de coincidencia entre lo pretendido por el docente y lo entendido por los estudiantes. Se discrimina el porcentaje de estudiantes distribuidos en las 5 categorías de calificación de coincidencia, la cual se presenta a continuación:

Tabla 2: Porcentajes de recurrencia de contraste 1, Docente 1

Código de metáfora	Muy de Acuerdo (%)	De acuerdo (%)	Ni de acuerdo, ni en desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	Muy en desacuerdo (%)
D1 - FM1	10	7	13	63	7
D1 - FM2	0	10	33	30	27
D1 - FM3	3	0	7	10	80
D1 - FM4	7	7	3	30	53
D1 - FM5	10	10	3	40	37
D1 - FM6	0	7	7	26	60
D1 - FM7	3	3	0	13	81
D1 - FM8	3	14	20	20	43
D1 - FM9	37	13	7	23	20
D1 - FM10	0	43	13	27	17
D1 - FM11	0	7	53	17	23
D1 - FM12	0	0	0	0	100

Fuente: Elaboración propia

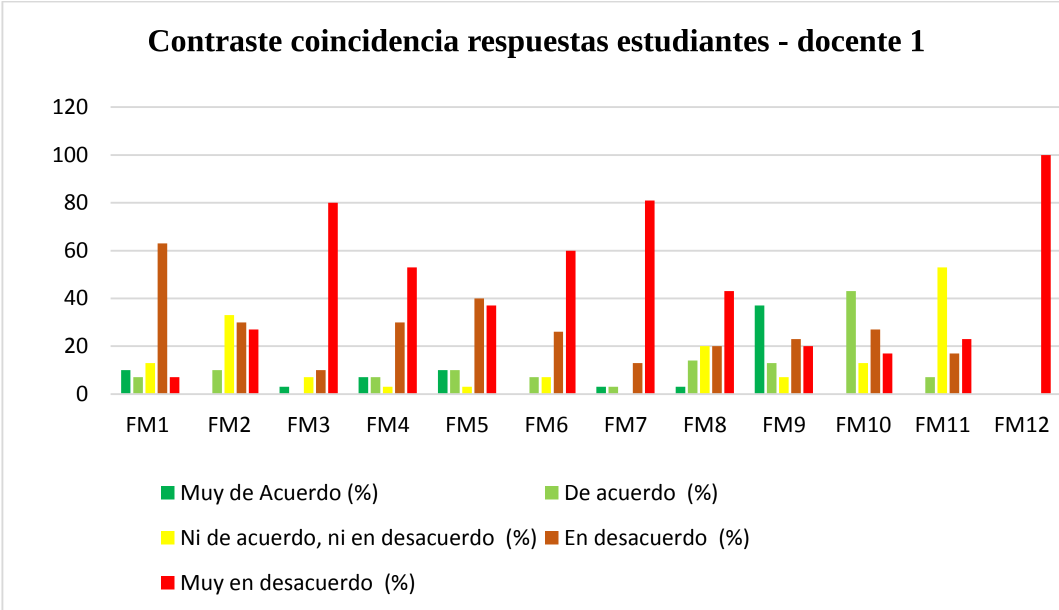
Tabla 3:Porcentajes de recurrencia de contraste 1, Docente 2

Código de metáfora	Muy de Acuerdo (%)	De acuerdo (%)	Ni de acuerdo, ni en desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	Muy en desacuerdo (%)
D2 - FM1	0	30	15	15	40
D2 - FM2	0	20	35	25	20
D2 - FM3	0	60	35	0	5
D2 - FM4	10	0	45	25	20
D2 - FM5	5	20	0	45	30
D2 - FM6	0	10	10	0	80
D2 - FM7	15	0	60	10	15
D2 - FM8	10	55	0	0	35
D2 - FM9	0	5	70	20	5
D2 - FM10	0	0	40	0	60
D2 -FM11	20	0	10	60	10
D2 - FM12	0	0	10	40	50

Fuente: Elaboración propia

A partir de las tablas 2 y 3 se construyen gráficos en los cuales se muestra las variaciones en la calificación de cada uno de las metáforas respecto a lo que entendió el estudiante y la intencionalidad del docente.

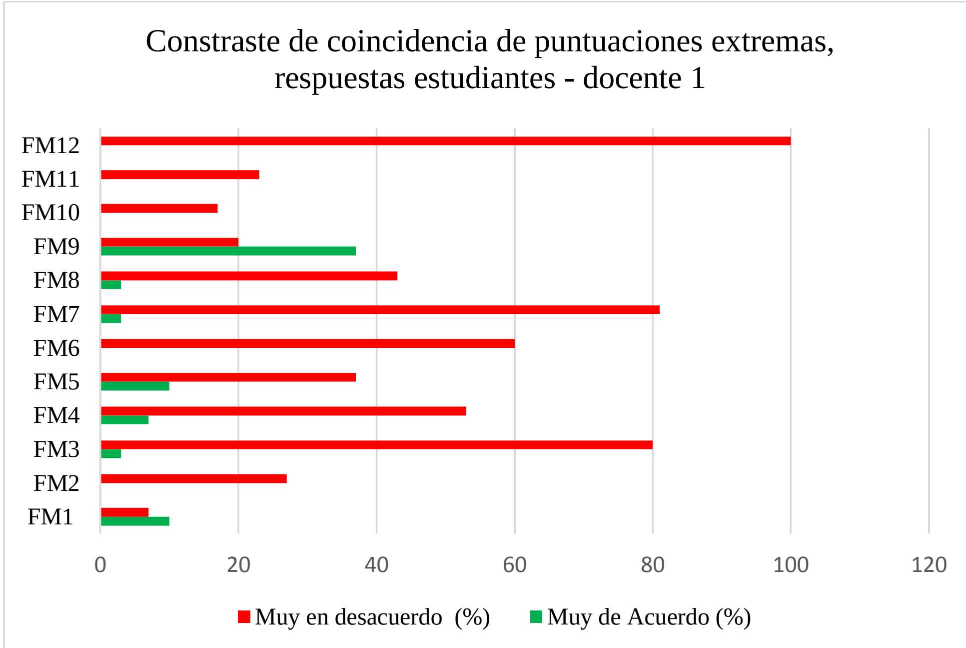
Figura 3:Contraste coincidencia Docente 1



Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la figura 3, se observa el grafico que muestra las variaciones porcentuales del contraste 1 del docente 1, en el cual se observa que las frases metafóricas FM3, FM4, FM6, FM7, FM8 y la FM12, obtuvieron una calificación muy en desacuerdo, solo la frase metafórica FM 9, obtuvo una calificación muy de acuerdo, la FM1 y la FM5 obtuvieron en desacuerdo y FM10 obtuvo una calificación de acuerdo, mientras las FM2 y FM11 predomino la calificación ni en acuerdo ni en desacuerdo.

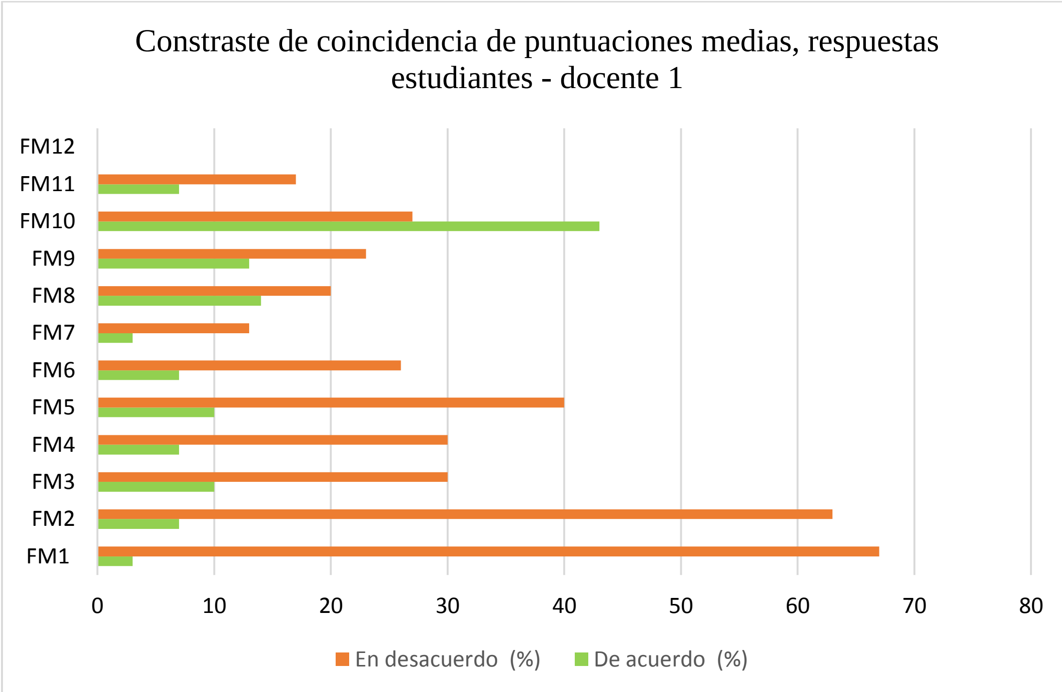
Figura 4: Contraste coincidencia de puntuaciones extremas - Docente 1



Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la figura 4, se observa el grafico de las puntuaciones extremas muy de acuerdo y muy en desacuerdo, del cual se observa que las frases metafóricas FM2, FM10, FM11, FM12 tiene 0% en la calificación 5. En las FM3, FM4, FM6, FM7y FM12, se evidencia que más del 50% de la calificación es muy en descuerdo, lo implica que la incidencia en estas frases metafóricas es negativa.

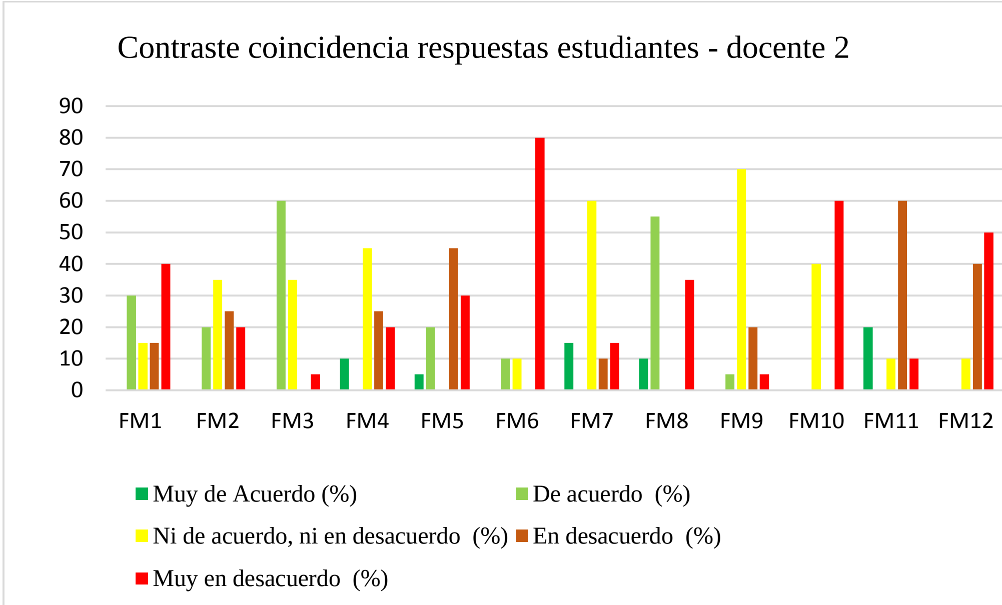
Figura 5:Contraste coincidencia puntuaciones medias - Docente 1



Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la figura 5, se observa el gráfico de las puntuaciones medias, donde se determina que la frase metafórica FM10, más del 40% de la calificación fue de acuerdo. Mientras que las frases metafóricas FM1, FM2 y FM5 mas del 40% obtuvo una calificación en desacuerdo. Estos resultados no permiten determinar si las frases metafóricas inciden negativa o positivamente en el aprendizaje de los números racionales.

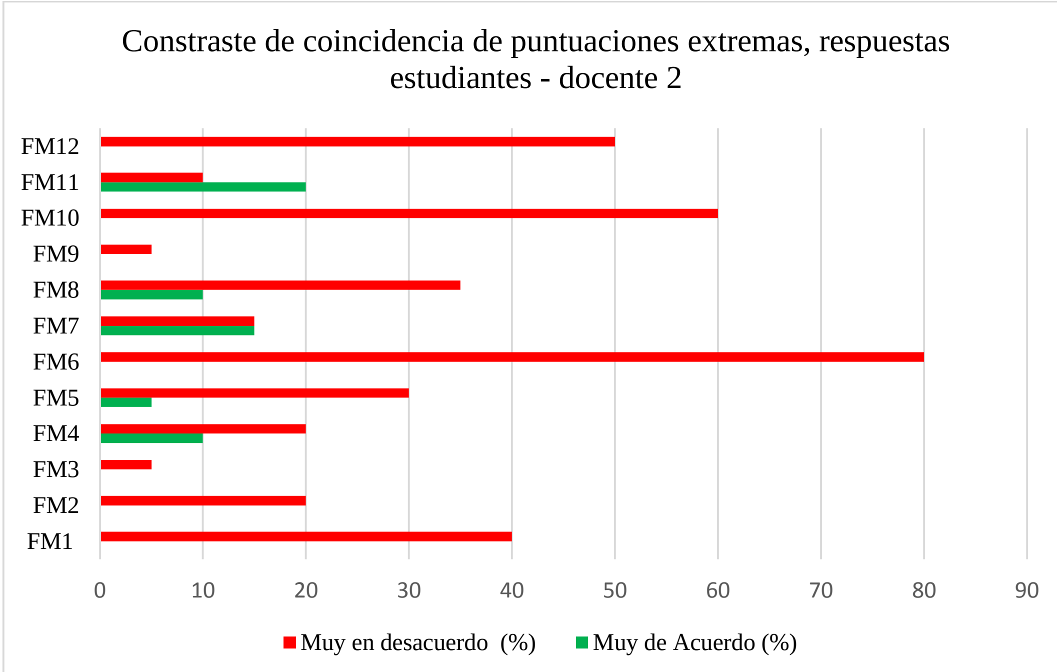
Figura 6: Contraste coincidencia Docente 2



Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la figura 6, se observa el grafico que muestra las variaciones porcentuales del contraste 1 del docente 2, en el cual se observa que las frases metafóricas FM1, FM6, FM10 y FM12, obtuvieron una calificación muy en desacuerdo, ninguna frase metafórica obtuvo una calificación muy de acuerdo, la FM3 y la FM8 obtuvieron una calificación de acuerdo, las FM5 y la FM11 obtuvieron una calificación en desacuerdo, mientras las FM2, FM4, FM7 y FM9 predomino la calificación ni en acuerdo ni en desacuerdo.

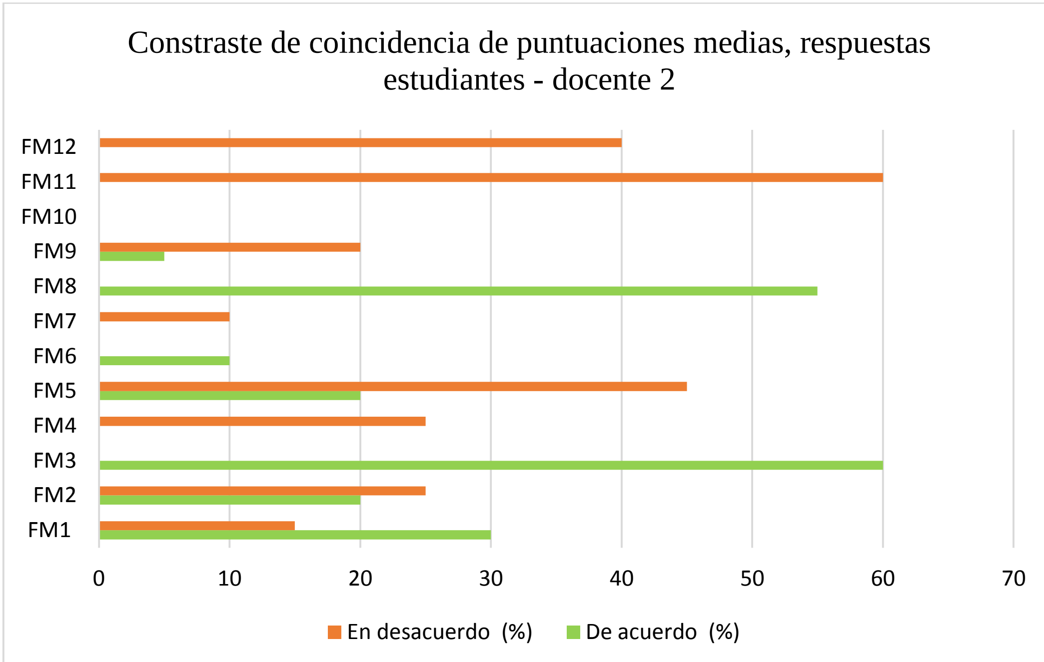
Figura 7: Contraste coincidencia de puntuaciones extremas - Docente 2



Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la figura 7, se observa el grafico de las puntuaciones extremas muy de acuerdo y muy en desacuerdo, del cual se evidencia que las frases metafóricas FM1, FM2, FM3, FM6, FM9, FM12 tiene 0% en la calificación 5. En las FM6, FM10, FM12 se evidencia que más del 50% de la calificación es muy en descuerdo, lo implica que la incidencia en estas frases metafóricas es negativa.

Figura 8: Contraste coincidencia puntuaciones medias - Docente 2.



Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la figura 8, se observa el gráfico de las puntuaciones medias, donde se determina que las frases metafóricas FM3 y FM8, más del 50% de la calificación fue de acuerdo. Mientras que la FM5 y FM11 mas del 50% obtuvo una calificación en desacuerdo, lo cual implica que la incidencia en estas metáforas es negativa. Los resultados de la FM3 y FM8 no permiten determinar si las frases metafóricas inciden negativa o positivamente en el aprendizaje de los números racionales.

3.4.4. Análisis puntuaciones escala de coincidencia tipo Likert.

Según (Hernández, S.R, Fernández, C Y Baptista, P. 2006), “las puntuaciones de las escalas Likert se obtienen sumando los valores alcanzados respecto de cada frase. Por ello se denomina escala aditiva. Una puntuación se considera alta o baja según el número de ítems o afirmaciones" (pg.346).

En la siguiente tabla se presenta la calificación horizontal, que indica la sumatoria obtenida por cada estudiante en el contraste con las 12 frases metafóricas analizadas, también se indica la sumatoria vertical que nos indica las puntuaciones obtenidas por cada expresión metafórica.

Tabla 4: Tabla de puntuaciones Likert. Coincidencia de respuestas estudiantes-docente 1

ESTUDIANTE	PUNTUACIONES DE FRASES METAFORICAS ANALIZADAS DOCENTE 1											
	FM1	**FM2**	**FM3**	**FM4**	**FM5**	**FM6**	**FM7**	**FM8**	**FM9**	**FM10**	**FM11**	**FM12**	**SUMA**
1	2	3	1	4	5	2	1	4	5	4	3	1	**35**
2	2	1	1	1	2	1	1	1	2	4	3	1	**20**
3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	2	3	1	**19**
4	4	3	1	2	2	1	1	1	1	4	3	1	**24**
5	2	2	2	1	4	2	1	4	3	4	3	1	**29**
6	3	2	1	3	1	2	1	3	5	4	3	1	**29**
7	2	2	2	4	4	2	1	3	2	2	1	1	**26**
8	3	4	1	5	1	2	1	3	5	4	3	1	**33**
9	2	1	1	5	4	1	5	3	5	3	4	1	**35**
10	3	3	1	1	2	1	1	1	1	4	3	1	**22**
11	1	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	**15**
12	2	1	1	1	1	1	1	1	1	4	3	1	**18**
13	5	4	2	2	2	4	1	4	5	2	3	1	**35**
14	4	2	5	2	5	1	1	1	4	4	4	1	**34**
15	2	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	**16**
16	2	3	1	1	2	4	1	4	3	3	1	1	**26**
17	2	3	1	2	2	1	1	5	5	4	3	1	**30**
18	2	3	1	2	1	1	1	3	4	3	3	1	**25**
19	2	3	3	1	5	1	1	1	2	2	2	1	**24**

20	2	1	1	2	2	1	1	1	5	1	1	1	**19**
21	2	1	1	2	2	3	2	3	5	3	2	1	**27**
22	5	2	1	1	3	1	4	2	4	4	3	1	**31**
23	5	3	1	1	1	2	2	2	5	4	3	1	**30**
24	2	1	1	1	1	1	1	1	5	1	2	1	**18**
25	2	2	1	1	2	1	1	1	2	4	3	1	**21**
26	2	1	1	2	2	2	1	2	1	1	2	1	**18**
27	1	3	1	1	2	3	2	2	1	2	2	1	**21**
28	2	2	1	1	1	1	2	1	5	2	1	1	**20**
29	2	4	1	1	1	1	1	1	1	2	3	1	**19**
30	2	3	3	2	2	2	1	2	2	2	1	1	**23**
SUMA	**75**	**68**	**41**	**55**	**65**	**48**	**41**	**64**	**97**	**85**	**73**	**30**	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5: Tabla de puntuaciones Likert. Coincidencia de respuestas estudiantes-docente 2

ESTUDIANTE	**PUNTUACIONES DE FRASES METAFORICAS ANALIZADAS DOCENTE 2**												
	FM1	**FM2**	**FM3**	**FM4**	**FM5**	**FM6**	**FM7**	**FM8**	**FM9**	**FM10**	**FM11**	**FM12**	**SUMA**
1	4	3	4	3	2	1	3	4	3	3	2	1	**33**
2	1	2	4	3	2	1	3	4	3	3	2	1	**29**
3	2	4	3	5	4	4	3	1	3	1	1	1	**32**
4	4	3	4	2	2	1	3	5	1	1	2	2	**30**
5	4	4	1	1	4	1	2	1	3	1	2	2	**26**
6	2	3	3	2	1	1	3	1	3	1	3	1	**24**
7	1	2	3	3	1	1	1	5	2	1	2	1	**23**
8	1	3	4	3	2	1	3	4	3	3	2	2	**31**
9	1	4	4	3	4	3	2	1	2	3	5	1	**33**
10	4	3	4	3	2	1	3	4	3	3	2	1	**33**
11	1	2	3	3	2	1	3	4	3	3	2	3	**30**
12	4	3	4	2	2	3	3	4	3	1	5	2	**36**
13	1	2	3	3	1	1	1	4	3	1	1	3	**24**
14	1	3	4	1	2	1	5	4	3	1	2	2	**29**
15	1	1	4	2	1	1	5	1	4	1	5	1	**27**
16	3	4	4	1	1	1	3	1	3	3	2	2	**28**
17	2	1	3	2	4	1	1	4	3	1	2	1	**25**
18	3	1	3	1	1	1	3	1	2	1	3	2	**22**
19	3	2	4	3	2	1	3	4	3	3	2	1	**31**
20	4	1	4	5	5	4	5	4	2	1	5	2	**42**
SUMA	**47**	**51**	**70**	**51**	**45**	**30**	**58**	**61**	**55**	**36**	**52**	**32**	

Fuente: Elaboración propia

El análisis de puntuaciones de la Tabla 4 y de la Tabla 5, se realizó en sentido horizontal (puntuación total del cuestionario para cada estudiante) y vertical (puntuación total de cada metáfora en el cuestionario). Además de esto, (Hernández, S.R, Fernández, C Y Baptista, P. 2006) señalan que: “En las escalas Likert a veces se califica el promedio resultante en la escala mediante la sencilla formula PT/NT (donde PT es la puntuación total en la escala y NT es el número de afirmaciones), y entonces una puntuación se analiza en el continuo 1-5” (pg. 346).

Así, el análisis de puntuaciones en la investigación se realizó mediante el siguiente criterio:

Tabla 6: Escala de valoración puntuaciones verticales y horizontales en las entrevistas

Muy de acuerdo	De acuerdo	Indiferente	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
5	4	3	2	1

Fuente: Metodología de la investigación de Hernández, Fernández y Baptista

Teniendo en cuenta la información de la Tabla 4 y de la Tabla 5 y el criterio de puntuaciones de la tabla 6, la calificación de la entrevista de cada estudiante tiene un nivel de coincidencia según la escala Likert, mostrada en las siguientes tablas.

Tabla 7: Nivel de coincidencia análisis horizontal y vertical docente 1

ANÁLISIS HORIZONTAL			ANÁLISIS VERTICAL		
ESTUDIANTE	**SUMA**	**UBICACIÓN ESCALA**	**FRASE METAFÓRICA**	**SUMA**	**UBICACIÓN ESCALA**
1	35	2,9	D1 - FM1	75	2,5
2	20	1,7	D1 - FM2	68	2.3
3	19	1,6	D1 - FM3	41	1,4
4	24	2	D1 - FM4	55	1,8
5	29	2,4	D1 - FM5	65	2,2
6	29	2,4	D1 - FM6	48	1,6

7	26	2,2	D1 - FM7	41	1,4
8	33	2,8	D1 - FM8	64	2,1
9	35	2,9	D1 - FM9	97	3,2
10	22	1,8	D1 - FM10	85	2,8
11	15	1,3	D1 - FM11	73	2,4
12	18	1,5	D1 - FM12	30	1
13	35	2,9			
14	34	2,8			
15	16	1,3			
16	26	2,1			
17	30	2,5			
18	25	2,1			
19	24	2			
20	19	1,6			
21	27	2,2			
22	31	2,6			
23	30	2,5			
24	18	1,5			
25	21	1,8			
26	18	1,5			
27	21	1,75			
28	20	1,7			
29	19	1,6			
30	23	1,9			

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenida la información de la tabla 7, se observan los siguientes resultados:

- El 100% de los estudiantes obtuvo una calificación baja
- La frase FM9-D1, obtuvo una calificación indiferente.

Tabla 8: Nivel de coincidencia análisis horizontal y vertical docente 2

ANÁLISIS HORIZONTAL			ANÁLISIS VERTICAL		
ESTUDIANTE	**SUMA**	**UBICACIÓN ESCALA**	**FRASE METAFÓRICA**	**SUMA**	**UBICACIÓN ESCALA**
1	33	2,8	D2 - FM1	47	2,4
2	29	2,4	D2 – FM2	51	2,6
3	32	2,7	D2 – FM3	70	3.5
4	30	2.5	D2 – FM4	51	2,6
5	26	2,2	D2 – FM5	45	2,3
6	24	2	D2 – FM6	30	1,5
7	23	1,9	D2 – FM7	58	2,9
8	31	2,6	D2 – FM8	61	3,1
9	33	2,8	D2 – FM9	55	2,8
10	33	2,8	D2 – FM10	36	1,8
11	30	2,5	D2 – FM11	52	2,6
12	36	3	D2 – FM12	32	1,6
13	24	2			
14	29	2,4			
15	27	2,3			
16	28	2,3			
17	25	2,1			
18	22	1,8			
19	31	2,6			
20	42	3,5			

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenida la información de la tabla 8, se observan los siguientes resultados:

- El 10% de los estudiantes obtuvieron una calificación indiferente, teniendo en cuenta que obtuvieron una coincidencia alta entre 4 o 5 expresiones metafóricas.
- El 90% de los estudiantes obtuvieron una calificación baja.
- La FM3-D2, obtuvo una calificación indiferente.
- El 92% de las expresiones metafóricas obtuvieron una calificación baja.

El color amarillo corresponde a un nivel de coincidencia indiferente y el color rojo corresponde a un nivel de coincidencia bajo.

Para realizar el análisis de la variable incidencia, se realiza la comparación entre el contraste 1, el cual muestra la puntuación de coincidencia de respuestas estudiantes- docente, con el contraste 2, el cual determina la puntuación de la intencionalidad del docente y la definición formal que aparece en un libro reconocido de matemáticas. A continuación, se muestran las tablas 9 y la tabla 10 en las cuales se registra la calificación de la coincidencia de la intencionalidad del docente y a la definición formal de un libro.

Tabla 9: Tabla de coincidencia intencionalidad profesor 1 - Definición formal

Tipo de metáfora	**Frase metafórica del docente**	**Intención del docente**	**Definición formal**	**Coincidencia intención definición**	**Justificación**
D1 - FM1	Los números naturales los simbolizamos con la letra $\mathbb{N}$, los números enteros con la $\mathbb{Z}$ mayúscula	Pretendía que cada uno de los estudiantes del grupo, reconozcan el símbolo con el cual representamos los números naturales y los números enteros dentro de las variedades de números que utilizamos.	"El conjunto $\{1,2,3,4\ldots\}$ cuyos elementos son utilizados para contar, recibe el nombre de números naturales y se representan por: $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,\ldots\}$ … A la unión de este conjunto con el conjunto de los enteros negativos …-4,-3,-2,-1 se llama el conjunto de los números enteros y se representa por: $\mathbb{Z} = \{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\ldots\}$"	5	Aunque dijo con qué letra se simbolizaban los conjuntos numéricos, no especifico los elementos, tampoco especifico que la unión de los números naturales y enteros negativos, conforman el conjunto de los números enteros.

			(Allendoerfer,1990, p.34)		
D1 - FM2	Como los números naturales se pueden representar con letras y números enteros se pueden representar con las letras, los racionales se pueden representar con la letra ℚ.	Identificar como los números naturales y los enteros se distinguen teniendo en cuenta el conjunto que lo integran.	"…El conjunto de los números racionales, que designaremos por ℚ, contiene a ℤ como subconjunto" (Apóstol, 1976, p.8)	4	Argumento que ℚ es la letra para representar el conjunto de los números racionales, pero no especifico que ℤ está contenido en éste.
D1 - FM3	El 2 que es un entero y a la vez un número natural, lo puedo representar otra vez en forma de fracción.	Los números enteros y naturales para mí son la base de las matemáticas y tienen un sin número de aplicabilidad, y teniendo en cuenta ese orden de ideas, pueden adoptar otra representatividad o aplicabilidad con las fracciones.	"Este conjunto podemos diferenciar dos subconjuntos: i. El de las fracciones propiamente dichas, como, por ejemplo -3/2, -1/3, 1/8, 2/7. ii. El de los enteros, como por ejemplo -2,0,4" (Allendoerfer,1990, p.34)	3	Porque en la frase original solo se refiere a un caso particular no al conjunto en general

D1 - FM4	Este denominador como me decía Francisco no puede ser igual a cero, pues entonces, ya no será una fracción.	En una fracción el denominador me indica el número de partes iguales en que se divide la unidad que se va a fraccionar, teniendo en cuenta esto, si le colocamos “0” como denominador no se fraccionaria y seguiría siendo un número entero.	“Los cocientes de enteros a/b (donde b≠0) se llamarán *números racionales.”* (Apóstol, 1976, p.8)	1	El docente considera que, si un número entero se divide entre cero el queda inmodificado, es decir algo como ¡$\frac{3}{0} = 3$!, y esto en matemáticas es una expresión indeterminada.
D1 - FM5	Los números racionales dijimos que los números racionales eran igual a lo siguiente: los números racionales es igual a a/b donde a y b ∈ a los ℤ, pero b≠0 porque en una fracción no puede haber un denominador 0.	En los números racionales intervienen las fracciones equivalentes como ejes fundamentales, y teniendo en cuenta esto la fracción no puede tener un denominador como cero “0” ya que se pierde la fracción, y por consiguiente no se existiría la equivalencia.	“Los cocientes de enteros a/b (donde b≠0) se llamarán *números racionales.”* (Apóstol, 1976, p.8)	5	
D1 - FM6	Los que representamos para los números naturales, los utilizamos para representar situaciones las cuales tenemos que mirar la relación entre dos cantidades.	Recordarles a los estudiantes que tanto los números enteros como los números naturales nos sirven para representar la relación existente entre dos cantidades.	“Los números racionales se aplican en diversas situaciones para representar la relación entre dos cantidades o magnitudes” (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.54)	2	Porque no necesariamente se trata de la relación entre dos cantidades, a no ser que una de ellas sea la unidad

D1 - FM7	Las relaciones que nosotros hacemos pueden ser positivas y negativas.	Conocer que a través de los números enteros podemos reflejar y representar adecuadamente situaciones como pérdidas y ganancias, situaciones de temperaturas, entre otras, que son positivas y negativas.	"Los números racionales se aplican en diversas situaciones para representar la relación entre dos cantidades o magnitudes" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.54)	2	Porque se refiere a distinta clase de números.
D1 - FM8	En física la podemos utilizar para mirar desde cierta distancia recorriendo desde un automóvil desde cierta distancia hasta la otra y miramos cual será el tiempo recorrido para dicho recorrido.	Hacerles entender que los números los utilizamos en la vida cotidiana y están inmersos en lo que hacemos a diario y en el caso de la física podemos calcular la distancia recorrida y el tiempo que se puede demorar un automóvil en llegar de un lugar a otro.	"Los números racionales se aplican en diversas situaciones para representar la relación entre dos cantidades o magnitudes" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.54)	5	
D1 - FM9	Si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción representa esa parte del pastel?	Reforzar que una unidad se puede dividir o fraccionar en partes iguales, y esto se puede mostrar a través de los números racionales	"Las **fracciones** son expresiones numéricas que se utilizan para representar las partes iguales en que se puede dividir una unidad" (Ortiz, Armas, Ramírez, Acosta, Romero, Gamboa, Morales, 2013, p.118)	5	

D1 - FM10	En los números racionales las partes que se colorean se llaman numerador y en las que se divide se llama denominador. Dijimos que aquí en esta relación, esta figura que estamos mostrando aquí se está dividiendo, ¿en cuánto?	Reforzar los conocimientos de fracciones y a la vez que conocieran que estas fracciones en conjunto con los números naturales y enteros forman el conjunto de los números racionales.	"Este conjunto podemos diferenciar dos subconjuntos: i. El de las fracciones propiamente dichas, como, por ejemplo -3/2, -1/3, 1/8, 2/7. ii. El de los enteros, como, por ejemplo -2,0,4" (Allendoerfer,1990, p.34)	5	
D1 - FM11	Tenemos 24 naranjas y de esas 24, digamos que Yurleidy vino con hambre y dice comámonos 12… la relación; las 12 naranjas son las que se come Yurleidy y las otras son las que están sobrando entonces decimos 12/24 es una relación.	Explicar que varias cantidades las podemos utilizar como conjunto y que de este conjunto nos representa fracciones en este caso Yurleidy se comió la mitad de las naranjas.	"Los números racionales se aplican en diversas situaciones para representar la relación entre dos cantidades o magnitudes" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.54)	5	
D1 - FM12	Queda en 0, queda en la recta numérica en 0 ¿cierto?, queda en el punto de origen, el punto inicial.	No Responde	"Los números racionales se pueden ubicar en la recta numérica a partir de su representación como fracción o como numero decimal." (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.54)	1	El docente, no responde por la falta de información, pero es claro que trataba el tema de ubicación de los números racionales en la recta numérica.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10: Tabla de coincidencia intencionalidad docente 2 - Definición formal

Tipo de metáfora	**Frase metafórica del docente**	**Intención del docente**	**Definición formal**	**Concordancia Intención definición**	**Justificación**
D2 - FM1	Los números enteros eran todos aquellos números que eran positivos y los negativos, pero todos eran enteros.	Después de explicar los números naturales, empecé a explicar el conjunto de los números enteros introduciendo los números negativos, los cuales no se encuentran dentro del conjunto de los números naturales, pero queriendo decir que los números naturales están contenidos en el conjunto de los números enteros.	"El conjunto {1,2,3, 4…} cuyos elementos son utilizados para contar, recibe el nombre de números naturales y se representan por: $\mathbb{N}$= {1,2,3,4, 5,} … A la unión de este conjunto con el conjunto de los enteros negativos …-4,-3,-2,-1 se llama el conjunto de los números enteros y se representa por: $\mathbb{Z}$= {…, -3,-2,-1, 0,1,2,3, 4...}" (Allendoerfer,1990, p.34)	4	El docente no especifico que los números naturales son los enteros positivos.

D2 - FM2	Los números enteros son aquellos que son de unidad en unidad.	Se quiere dar a entender que como su nombre lo dice, el conjunto de los enteros, son números exactos que representados en la recta numérica van de unidad en unidad, todos ubicados a una misma distancia.	“Los números enteros se pueden representar gráficamente sobre una recta numérica, así: Primero, se ubica un punto sobre la recta al que se le hace corresponder el cero. Segundo, a partir de este punto se dibujan marcas, separadas unas de otras por espacios iguales, tanto a la derecha como a la izquierda…” (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.11)	4	No especifica si es sobre a recta numérica que los números enteros son de unidad en unidad.
D2 - FM3	Decíamos que entre esos números también hay infinitos números, entre 0 y 1 hay infinitos números, entre 1 y 2 hay infinitos números todos los que ustedes quieran.	Cuando se termina de hacer el repaso de los enteros, se pretende, que los estudiantes, tengan en cuenta que entre los enteros hay infinitos números que corresponden a otro conjunto de números llamados racionales, los cuales se evidencian en la recta numérica dibujada en el tablero.	“Por ejemplo, si a y b son racionales, su media (a+b) /2 también lo es y está comprendida entre a y b. Así pues, entre dos números racionales hay una infinidad de números racionales…” (Apóstol, 1976, p.8)	3	Al docente le falto argumentar porque entre un numero racional y otro, hay infinitos números racionales, como se establece en la argumentación de Apóstol.
D2 - FM4	Cuando yo tengo una fracción donde el numerador y el denominador son iguales, decimos que son fracciones unitarias.	Se estaba haciendo el repaso de clases de fracciones, en las cuales cuando el numerador y denominador son números iguales, al dividirlos da 1, y por eso se dice que son fracciones unitarias, porque representan una unidad.	“Las fracciones unidad son las que representan una unidad completa y se reconocen fácilmente porque el numerados y el denominador tienen el mismo valor.” (Ortiz, Arma, Ramírez, Acosta, Romero, Gamboa, Morales, 2013, p.121)	5	

D2 - FM5	Los números racionales siempre tienen la particularidad de que se tienen que expresar como división entre 2 números.	Se quiere dar a entender que para que un número sea racional, siempre puede ser expresado como la división entre dos números, es decir, se puede representar como fraccionario. Si esto no es posible, no es número racional.	"Los cocientes de enteros a/b (donde b≠0) se llamarán números racionales." (Apóstol, 1976, p.8)	4	No especifica que el denominador o divisor debe ser diferente de cero.
D2 - FM6	Entonces los fraccionarios vienen de ahí ¿Qué estamos diciendo? Que los números racionales son todos los números, incluyendo también los números enteros, pero son todos los números que están en la mitad de estos números también enteros, todo este conjunto es el conjunto de los números racionales.	Se quiere explicar que el conjunto de los números naturales y el conjunto de los enteros están contenidos dentro del conjunto de los racionales, ya que cualquier natural o entero también puede ser expresado como número fraccionario.	"…El conjunto de los números racionales, que designaremos por $\mathbb{Q}$, contiene a $\mathbb{Z}$ como subconjunto" (Apóstol, 1976, p.8)	3	Porque los números racionales no comprenden todos los números

D2 - FM7	Estos números enteros son números racionales, porque todos los números enteros se pueden expresar como la división de dos números, por ejemplo, el 5 puede ser $\frac{10}{2}$, y el 4 puede ser $\frac{12}{3}$, ya que 12÷3 igual a 4, 4 lo puedo expresar también como $\frac{8}{2}$.	Se quiere reflejar el concepto de que cualquier entero es un racional porque puede ser expresado como una fracción o como la división entre dos números.	"Por ejemplo, las fracciones $\frac{4}{3}, -\frac{2}{5}$ y $\frac{8}{9}$ son números racionales. De la misma forma, todo número entero es un número racional porque se puede escribir como una fracción." (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.54)	5	
D2 - FM8	Las fracciones se pueden expresar de múltiples formas y muchas fracciones están expresando en realidad la misma cantidad, esto lo denominamos fracciones equivalentes, que son aquellas que en cantidad expresan lo mismo.	Se está recordando el concepto de fracciones equivalentes, las cuales pueden tener el numerador y el denominador distintos, pero su relación es la misma, es decir, la división entre el numerador y el denominador es igual, lo que corresponde a tener la misma cantidad. Se explicó con ejemplos gráficos en el tablero.	"Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son fracciones equivalentes, entonces se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ con a, b, c, d $\in \mathbb{Z}$ y b, d≠0, y se cumple que a×d=b×c" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.55)	5	
D2 - FM9	Los fraccionarios a mí me sirven para representar también proporciones, cuando uno dice 20 de cada 100 personas tienen los ojos verdes, entonces estamos diciendo que 100personas, solo 20 tienen los ojos verdes.	En realidad, lo que se quería recordar es que los fraccionarios sirven para representar relaciones entre magnitudes que se denominan razones, y que al tener igualdad de relaciones o razones se forman las proporciones.	"Una proporción es una igualdad entre dos razones" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.113)	4	Los datos obtenidos no garantizan que los estudiantes conocen el concepto de proporción. Aunque el ejemplo es claro.

D2 - FM10	Entonces mire lo que sucede ahí, observen, ¿alguien trajo calculadora? Dividan 10÷3 en la calculadora, ¿Cuánto le da?, eso da 3,333…resulta que este es un numero decimal periódico, porque mire que el número 3 se empieza a repetir indefinidamente, o sea que este es un numero decimal periódico pero que se repite infinitamente el 3. Este es un numero racional, es racional porque igual yo lo puedo expresar como 10/3 cualquier número que se exprese como la división entre 2 números es un numero racional, porque es un número periódico.	Al estar expresado el conjunto de los racionales, se pretendía dar a entender que hay unos números decimales exactos y periódicos son racionales, porque estos se pueden expresar como la división entre dos números. Los que no son periódicos no son racionales	"**Decimal periódico puro:** Es aquel numero cuya parte decimal se repite infinitas veces. Se obtiene de fracciones irreducibles con denominadores que no tiene como factores primos a 2 o a 5. La parte decimal se denomina período e inicia inmediatamente después de la coma" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.60)	5	
D2 - FM11	Si ustedes tienen una naranja y la dividen en 4 cascos ¿cierto? En 4 partes iguales, cada casquito viene a ser ¼, si se comen los 4 cascos ¿me estoy comiendo cuantos cuartos?... 4/4 es lo mismo que tener una naranja.	Se estaba dando el ejemplo de una fracción unitaria con una situación cotidiana.	"Las fracciones unidad son las que representan una unidad completa y se reconocen fácilmente porque el numerados y el denominador tienen el mismo valor." (Ortiz, Arma, Ramírez, Acosta, Romero, Gamboa, Morales, 2013, p.121)	5	

D2 - FM12	Si yo tengo 3 mitades de naranjas, más 2 mitades de naranjas, pues me da 5 mitades de naranjas, entonces vamos a mirar eso ya rápidamente para finalizar.	Al finalizar el repaso, se hace la introducción a la suma de fracciones, lo cual se hace con el ejemplo de las naranjas. En este caso se empieza a introducir el concepto de suma de fracciones homogéneas (con igual denominador).	"Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador" (Ortiz, Ramírez, Joya, Celi, Acosta, Perdomo, Morales, Gamboa; 2013, p.73)	4	No específica, la regla para sumar fracciones homogéneas

Fuente: Elaboración propia

En las Tablas 9 y 10 se calificó el contraste 2 con la escala Likert, donde se midió la intencionalidad del docente y la concordancia con la definición formal de libros de matemáticas, las tablas presentan una columna denominada justificación, en la cual se argumenta cuando se obtiene una calificación inferior a 4, del porque lo que afirmaba el docente en su discurso no concuerda con las definiciones formales. Cuando la calificación es 5, la coincidencia es muy alta y no es necesario realizar la justificación.

En las Tablas 11 y 12 se muestra la incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de los números racionales, en la columna 1 se encuentra el código de cada expresión metáfora, en la 2 la puntuación de la coincidencia entre las respuestas de los estudiantes y el docente, en la 3 la puntuación entre la intencionalidad del docente y la definición formal, y la 4 me determina si la incidencia de las expresiones metafóricas utilizadas en el discurso del docente es negativa o positiva. La incidencia es positiva solo cuando la calificación de la columna 3 y 4 son calificadas como de acuerdo o muy de acuerdo, según la escala Likert, de lo contrario la incidencia es negativa.

Tabla 11: Tabla de incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente 1.

Frase metafórica	**Puntuación de coincidencia respuestas estudiantes - docente 1**	**Puntuación de coincidencia intencionalidad docente 1 - Definición formal**	**Tipo de Incidencia**
D1 - FM1	2,5	5	Negativa
D1 - FM2	2.3	4	Negativa
D1 - FM3	1,4	3	Negativa
D1 - FM4	1,8	1	Negativa
D1 - FM5	2,2	5	Negativa
D1 - FM6	1,6	2	Negativa
D1 - FM7	1,4	2	Negativa
D1 - FM8	2,1	5	Negativa
D1 - FM9	3,2	5	Negativa
D1 - FM10	2,8	5	Negativa
D1 - FM11	2,4	5	Negativa
D1 - FM12	1	1	Negativa

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenida la información de la Tabla 11, se observan los siguientes resultados:

- El 58% de las expresiones metafóricas usadas en el discurso del docente, obtuvieron una coincidencia alta entre la intencionalidad y la definición formal.

- El 33% de las metáforas empleadas en el discurso del docente obtuvieron una coincidencia baja entre la intencionalidad y la definición formal, por lo tanto, a que el aprendizaje tiende a ser negativo.
- El 92% de las expresiones metáforas empleadas en el discurso del docente obtuvieron una coincidencia baja entre la intencionalidad del docente y lo que comprendido por os estudiantes. Lo cual indica, que así el 92% de las expresiones metafóricas usadas hubieran obtenido una coincidencia alta entre la intencionalidad del docente y la definición formal; la incidencia es negativa.
- El 8% de las expresiones metafóricas empleadas en el discurso del docente obtuvieron una coincidencia indiferente entre la intencionalidad del docente y lo comprendido por los estudiantes. Esto indica que la incidencia en el aprendizaje tiende a ser negativa.
- Ninguna expresión metafórica presento una incidencia alta, ya que no coincidieron en la calificación alta los dos contrastes.

En la tabla 11, también se observa que más de un 60% de las calificaciones de la columna 3 son altas, sin embargo, todas tienen una incidencia negativa ya que en la columna 2, las calificaciones fueron indiferentes, en desacuerdo o muy en desacuerdo; lo cual indica que todas las expresiones metafóricas utilizadas por el docente incidieron negativamente en el aprendizaje de los estudiantes.

Tabla 12:Tabla de incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente 2

Frase metafórica	**Puntuación de coincidencia respuestas estudiantes - docente 2**	**Puntuación de coincidencia intencionalidad docente 2 - Definición formal**	**Tipo de Incidencia**
D2 - FM1	2,4	4	Negativa
D2 - FM2	2,6	4	Negativa
D2 - FM3	3.5	3	Negativa
D2 - FM4	2,6	5	Negativa
D2 - FM5	2,3	4	Negativa
D2 - FM6	1,5	3	Negativa
D2 - FM7	2,9	5	Negativa
D2 - FM8	3,1	5	Negativa
D2 - FM9	2,8	4	Negativa
D2 - FM10	1,8	5	Negativa
D2 - FM11	2,6	5	Negativa
D2 - FM12	1,6	4	Negativa

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenida la información de la Tabla 12, se observan los siguientes resultados:

- El 83% de las expresiones metafóricas usadas en el discurso del docente, obtuvieron una coincidencia alta entre la intencionalidad y la definición formal.
- El 17 % de las metáforas empleadas en el discurso del docente obtuvieron una coincidencia indiferente entre la intencionalidad y la definición formal, por lo tanto, la incidencia en el aprendizaje tiende a ser negativa.
- El 92 % de las expresiones metafóricas empleadas en el discurso del docente obtuvieron una coincidencia baja entre la intencionalidad del docente y lo que comprendido por os estudiantes. Lo cual indica, que así el 92% de las

expresiones metafóricas usadas hubieran obtenido una coincidencia alta entre la intencionalidad del docente y la definición formal; la incidencia es negativa.

- El 8% de las expresiones metafóricas empleadas en el discurso del docente obtuvieron una coincidencia indiferente entre la intencionalidad del docente y lo comprendido por los estudiantes. Esto indica que la incidencia en el aprendizaje tiende a ser negativa.
- Ninguna expresión metafórica presento una incidencia alta, ya que no coincidieron en la calificación alta los dos contrastes.

En la tabla 12, se observa que las calificaciones indican que el docente tiene claro su conocimiento, pero el lenguaje metafórico utilizado en el discurso de su clase incide negativamente en el aprendizaje de los estudiantes.

Capítulo 4

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Conclusiones

Los docentes investigados obtuvieron una calificación similar en el análisis planteado. El docente 1 es Administrador Financiero de la Universidad del Tolima, el docente 2 es Ingeniero Eléctrico de la Universidad Tecnológica de Pereira, ambos obtuvieron una calificación alta en el contraste 2, que consistía en la coincidencia entre la Intencionalidad del docente y la definición formal; los resultados muestran que 7 de las 12 expresiones metafóricas para el docente 1 lograron una calificación alta, lo cual demuestra que los conocimientos transmitidos por parte del docente no son tan claros. El docente 2 obtuvo 10 de las 12 expresiones metafóricas con una calificación alta, lo cual demuestra que los conocimientos transmitidos por parte del docente son claros, sin embargo, éstos no incidieron en el aprendizaje de los estudiantes, ya que en el contraste 1, que consistía en la coincidencia entre la intencionalidad del docente y lo comprendido por parte de los estudiantes, 12 de las expresiones metafóricas para el docente 1 y 11 para el docente 2 obtuvieron una calificación baja; el resto de expresiones metafóricas obtuvieron una calificación indiferente. Por lo tanto, se puede afirmar que la totalidad de las expresiones metafóricas incidieron negativamente en el aprendizaje de los estudiantes.

En el discurso de los docentes se observan tipos de metáforas como; conceptuales, estructurales, objeto, orientacionales y de canal, las cuales se clasifican en categorías y subcategorías. Por ejemplo, el Docente 1, en la FM4 dijo "*Este denominador como me decía Francisco no puede ser igual a cero, pues entonces, ya no será una fracción*", según la Figura 1, esta expresión metafórica hace parte de la subcategoría *"El denominador es un número diferente de cero"* y a la vez de la categoría *"Las fracciones son números racionales"*. Según lo pretendido por el docente y lo comprendido por los estudiantes esta metáfora estructural incidió negativamente en el aprendizaje de los estudiantes (Ver la Tabla 11). El docente al usar lenguaje metafórico aleja al estudiante del lenguaje formal, como se puede verificar en color rojo de las tablas de incidencia (Ver la Tabla 11 y Tabla 12) lo que indica incidencia negativa, inclusive en casos donde la coincidencia es positiva como el caso de la respuesta 12 de la FM4 (Ver Tabla A.3).

La encuesta se le aplico a los estudiantes un mes después de la clase de los dos docentes; teniendo en cuenta las características del aprendizaje significativo, el cual debe perdurar a largo plazo, por los resultados expuestos en las tablas 11 y 12 se evidencia que el aprendizaje del concepto de número racional no fue significativo en ambos grupos. Entonces se puede afirmar que tener los conocimientos claros en una disciplina no son una garantía para que el estudiante comprenda, hay que analizar otros factores que relacionados con el discurso docente inciden en el aprendizaje de los estudiantes.

El conocimiento matemático en las personas se construye a partir de las experiencias adquiridas desde lo que le han impregnado la cultura, reflejado por su manera de expresarse y actuar. Los docentes investigados expresaron no ser conscientes de muchas expresiones utilizadas, esto porque el uso del lenguaje se convierte en algo mecánico en el diario vivir; y en muchas ocasiones se transmiten conocimientos sin hacer una verificación de estos, y en realidad lo que se esta es generando obstáculos epistemológicos a los estudiantes.

Las docentes, caen en el error de no planear sus clases, porque creen que solo con tener claro los conocimientos se va a realizar un ejercicio efectivo, pero esta investigación está mostrando que no es solo de creer saber, también se trata planear y dimensionar la clase de una manera diferente, por eso es importante pensar el uso del lenguaje y así utilizar un discurso que esté al alcance cognitivo de los estudiantes para lograr los aprendizajes significativos.

4.2 Recomendaciones y cuestiones abiertas

A continuación, se describen algunas recomendaciones, que pueden ser usadas en las clases.

- Los esquemas relacionales nos muestran las diferentes categorías y subcategorías de las expresiones metafóricas identificadas en el discurso de los docentes (Ver la Figura 1 y la Figura 2). Se observa que la mayoría de las expresiones detectadas son válidas para la enseñanza de los números racionales, pero según los resultados obtenidos la incidencia del lenguaje metafórico docente es negativo. Por eso, se recomienda realizar un mapa conceptual con las ideas que se desean transmitir al estudiante, verificándolas en los libros referentes de matemáticas y aplicando estrategias comunicativas que permitan transmitir de manera efectiva los saberes, cuidando de usar expresiones metafóricas, cuando sea necesario, pero indagando a los estudiantes si han entendido el lenguaje utilizado, respecto al conocimiento que se desea enseñar.

- En la planeación de las clases, se hace necesario diseñar un glosario de las expresiones metafóricas para implementar mediante el desarrollo de la misma y además socializarlo con los estudiantes, para que ellos comprendan a que se refiere cuando este explicando.

- Diseñar un glosario de conceptos matemáticos de los saberes previos y los conceptos que se trabajaran en clase, con el objetivo de unificar el lenguaje para que los estudiantes tengan una mejor comprensión.

- Realizar debates donde se confronte el estudiante con lo que piense y lo que se expresa en los glosarios, con el fin de que los estudiantes a partir de discusiones construyan sus conocimientos. Esto incentiva el análisis inductivo de significados en el aula y una mayor participación de los estudiantes al hacerlos partícipes de su aprendizaje.

- En el proceso de enseñanza el docente orienta conceptos, ejemplos, situaciones en un ámbito aplicativo, es importante realizar una verificación sobre la interpretación de los estudiantes. Una manera sencilla es hacer que ellos traten de explicar todo lo que entienden, sea al docente o a uno de sus compañeros

- El proceso de retroalimentación es importante en las clases ya que permite generar un espacio de interacción con los estudiantes donde se sintetiza todo lo desarrollado, para propiciar la construcción de un aprendizaje significativo.

Capítulo 5

REFERENCIAS

ACEVEDO, J. (2007). Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones. Universidad de Barcelona. Disponible en: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/21947/21781

APOSTOL, T. (1976). Análisis matemático. 2da edición. Barcelona. Editorial reverte s.a.

ARENAS, P. (2018). *Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función con estudiantes de grado once del Colegio Militar general Rafael Reyes*. Trabajo de grado de maestría. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

ARISTÓTELES. (1974), Poética. Trilingüe de V. García Yebra, Madrid, Gredos.

BEARE, H., CALDWELL, B., y MILLIKAN, R. (1992). Cómo conseguir centro de calidad. Nuevas técnicas de dirección. Madrid: La Muralla. Disponible en: https://www.agapea.com/libros/Como-conseguir-centros-de-calidad-nuevas-tecnicas-de-direccion-9788471336118-i.htm

BUSTOS, E. (2002). La metáfora y la filosofía contemporánea del lenguaje. Disponible en: http://www.antroposmoderno.com/antro-version-imprimir.php?id_articulo=150

CONTRERAS, L. (1997). El uso de mapas conceptuales como herramienta educativa en el ámbito de los números reales. Investigación y experiencias didácticas, Volumen 15, pp 111 -122.

DEIGNAN, A. (2005). Metaphor and Corpus linguistics. Amsterdam, Jhon Benjamins. Disponible en: https://benjamins.com/#catalog/books/celcr.6/main

DISTÉFANO, M., AZNAR, M, & POCHULU, M. (2012). Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de números complejos: un análisis ontosemiótico. Revista Iberoamérica de educación matemática. Disponible en: http://www.oei.es/historico/cienciayuniversidad/spip.php?article3218

ECO, U. (1984). *Semiotics and the Philosophy of Language*. London, Macmillan. Disponible en: https://monoskop.org/images/b/b3/Eco_Umberto_Semiotics_and_the_Philosophy_of_Language_1986.pdf

FONT, V., ACEVEDO & NANCLARES. (2001). Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones. Departamento de Didáctica de las CCEE y de la Matemática. Universidad de Barcelona. Disponible en: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/21947/21781

FONT, GODINO, PLANAS & ACEVEDO. (2009). The object metaphor and synecdoche in mathematics classroom discourse. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/259839121_The_object_metaphor_and_synecdoche_in_mathematics_classroom_discourse

FORCEVILLE, C., y URIOS-APARISI, E. (2009). *Multimodal Metaphor*. Berlin, Mouton de Gruyter. Disponible en: https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=dodSTYriz2IC&oi=fnd&pg=PP2&dq=FORCEVILLE,+C.,+y+URIOS-APARISI,+E.+(2009).+Multimodal+Metaphor&ots=DwJQFFkNuy&sig=jHHq62d5ujYTCsxp2-2lDh4DuUQ#v=onepage&q&f=false

FRANCO, QUICENO. (2015). Diseño de material didáctico para el fortalecimiento del pensamiento matemático en la enseñanza de la educación básica y media. Universidad Tecnológica Pereira. Pereira Colombia.

GAIRÍN SALLÁN, J. (2001). Sistemas de representación de números racionales positivos: Un estudio con maestros en formación. *Contextos Educativos. Revista de Educación*, 0(4), p.137.

GUTIÉRREZ, A. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica [Versión Electrónica]. Disponible en: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/download/86/81

GOMEZ, A. & PARDO, T. (2005). La enseñanza y aprendizaje de los números complejos. un estudio en el nivel universitario. Actas del noveno simposio de la sociedad española de educación matemática. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1319/

HERNÁNDEZ, S., FERNÁNDEZ, C. y BAPTISTA, P. (2006). “Metodología de la investigación”. México. McGraw Hill.

HERSTEIN, I. (1986). “Algebra Abstracta”. Guadalajara, México. Grupo Editorial Iberoamérica.

KERLINGER, F. (1988). *Investigación del comportamiento*, tercera edición. México DF.: Mc Graw Hill

LAKOFF, G., y JHONSON. (1995). Metáforas de la vida cotidiana. (2da ed.). Disponible en: https://linguisticaydiscursividadsocialunr.files.wordpress.com/2015/04/lakoff-y-johnson-metc3adforas-de-la-vida-cotidiana.pdf

LAKOFF, G., y NÚÑEZ, R. (2000). Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. New York.

LOPEZ, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. Revista de Educación, Volumen 4, pp 167-179.

LEGER, P. GÁLVEZ, G. INOSTROZA, M., CUBILLOS, L., LUCI, G., TANTER, E., COSMELLI, D., y SOTO, J. (2014). Ecocam, un sistema computacional adaptable al contexto para promover estrategias de cálculo mental: características de su diseño y resultados preliminares. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

LIZCANO, M. (1999). La metáfora como analizador social. EMPIRIA, Revista de metodología de Ciencias Sociales. N° 2, 1999, pp. 29-60. Disponible en: http://es.scribd.com/doc/92851346/La-Metafora-Como-Analizador-Social

LIZCANO, E. (2006). Imaginario colectivo y análisis metafórico. En Metáforas que nos piensan. Disponible en:

https://www.traficantes.net/sites/default/files/pdfs/Metaforas%20que%20nos%20piensan-TdS.pdf

MARTINEZ, G., y ANTONIO, R. (S.F). Una construcción del significado del número complejo. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias. México. Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=273320453002

MEN. (2003). Ministerio de educación. Estándares Básicos de competencias. Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

MURILLO, J & MARTÍNEZ, C. (2010). Investigación etnográfica: métodos de investigación educativa en educación especial. Disponible en: http://www.redalyc.org/pdf/140/14003409.pdf

NIETZSCHE, F. (1873). Verdad y mentira en sentido extramoral. Buenos Aires, Ediciones prestigio.

ORTÍZ, L., ARMAS, R., RAMÍREZ, M, ACOSTA, M., ROMERO, J., GAMBOA, J., y MORALES, D. J. (2013). Los caminos del saber Matemáticas 6. Bogotá, Colombia. Editorial SANTILLANA S.A.

ORTÍZ, L., RAMÍREZ, M, JOYA, A., CELI, V., ACOSTA, M., PERDONOMO, A., GAMBOA, J., y MORALES, D. (2013). Los caminos del saber Matemáticas 7. Bogotá, Colombia. Editorial SANTILLANA S.A.

PARDO, T. & GOMEZ, B. (2007). La enseñanza y el aprendizaje de los números complejos. Un estudio en el nivel universitario. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2324734.pdf

PEREZ, A.V. (2012). La etnografía como método integrativo. Revista Colombiana de Psiquiatría, Volumen 41 N°2, pp 421-428.

PIMM, D. (2003). El lenguaje matemático en el aula. (3ra ed.). Madrid: Morata. Disponible en: http://www.edmorata.es/libros/el-lenguaje-matematico-en-el-aula

POCHULU, M., ABRATE, R., y FONT, V. (2008). Implicancias educativas del uso de metáforas en contextos de resolución de ecuaciones. Universidad Nacional de Villa María - Universidad de Barcelona. Disponible en: http://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-1/Investigaci%F3n/Pochulu_tra.pdf

SCHEFFLER, I. (1960). The language of education. Illinois, Charles L. Thomas publishers. Disponible en: https://www.amazon.com/Language-Education-Israel-Scheffler/dp/0398016569

SOTO, J. (S.f.). La cognición hecha cuerpo florece en metáforas. Centro de Investigación Avanzada en Educación. Universidad de Chile. Disponible en: http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/119918/La_cognicion_hecha_cuerpo.pdf?sequence=1

SORIANO, C. (S.f.). La metáfora conceptual. Disponible en: https://www.textosenlinea.com.ar/academicos/Soriano%20-%20La%20metafora%20conceptual.PDF

ROJAS, C. (2017). *Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de número complejo con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Hogar Nazaret de Dosquebradas*. Trabajo de grado de maestría. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

ROMAÑA, R. (2014). *Posibles implicaciones del discurso metafórico docente en el abordaje del concepto de divisibilidad con estudiantes de séptimo grado de la institución educativa santa teresita del municipio de la victoria (valle del cauca)*. Trabajo de grado de maestría. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

VAZQUEZ, R. (2007). *Las metáforas: Una vía posible para comprender y explicar las organizaciones escolares y la dirección de centros*. *REICE*. Vol. 5, No. 3, pp. 137-151. Disponible en: http://rinace.net/arts/vol5num3/art14.pdf

Apéndice A

ANEXOS

A.1. ANEXO 1

A.1.1 Tablas codificación abierta

Tabla A. 1: Codificación abierta D1

Codificación abierta Docente 1		
Tipo de metáfora	**Categoría de metáfora**	**Frases metafóricas**
Metáfora estructural	**Los conjuntos numéricos son letras**	• Los números naturales los simbolizamos con la letra ℕ, la 2 son números enteros con la ℤ mayúscula. • como los números naturales se pueden representar con letras y los números enteros se pueden representar con letra ℚ.
	Las fracciones son números racionales	• El 2 que es un entero y a la vez un numero natural, lo puedo representar otra vez en una fracción. • Fraccionarios donde a sobre b pertenece a los números enteros y a la vez b no puede ser un número cero. • Este denominador como me decía francisco no puede ser igual a cero, puede entonces, ya no será una fracción. • Los números racionales dijimos que los números racionales eran igual a lo siguiente: los números

		racionales es igual a a/b donde a y b ∈ a los enteros, pero b es ≠ 0 porque en una fracción no puede haber un denominador 0.
	Los números racionales son razones	• Los que representamos para los números naturales, los utilizamos para representar situaciones las cuales tenemos que mirar la relación entre dos entidades. • Las relaciones que nosotros hacemos pueden ser positivas y negativas. • Porque estamos haciendo las relaciones, estamos dividiendo usted sabe que la razón se divide el numerador por el dominador. • Y los negativos que nos sirven para representar una relación que existe, por ejemplo, si yo digo que Juan Felipe recorre a una velocidad de 239 Km/h ¿cuánta distancia se recorre? • Miremos otro tipo de relación, otro número racional. Digamos que un automóvil recorre 119 Km en 2 horas, ¿cuál sería su velocidad?
	Los números son objetos que pueden visualizarse	• Hemos visto lo que son los números naturales, que ya sabemos que llevan desde 0 hasta ∞ y ya. • En física la podemos utilizar para mirar desde cierta distancia recorriendo desde un automóvil desde cierta distancia hasta lo la otra y

Metáfora Objeto		miramos cual será el tiempo recorrido para dicho.
	Los números son cosas que pueden representarse	• Entonces son iguales, entonces, a los números fraccionarios, donde los números fraccionarios los podemos representar con la letra a, y, b, a que este el numerador y la b el dominador. • Para representar el nivel, temperaturas pues por bajo de 0, descuentos deudas.
	Los números son objetos que pueden manipularse	• Que yo los números racionales si puedo sacar números enteros, y viceversa. • Una cosa importante, donde nosotros con los números enteros podemos sacar racionales y de los racionales podemos sacar enteros, así recíprocamente.
Metáfora del canal	**Se utilizan objetos concretos para representar el concepto de número racional**	• Si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción representa esa parte del pastel? • Estamos representando una manzana, ¿qué relación existe en la división de esa manzana?
	Se utilizan situaciones problema para representar el concepto de numero racional	• Usted debe, digamos que deba 20000 pesos y paga los 20000 pesos, ¿en qué queda? • Entonces vamos a contar cuántos son los cuadritos que están de azul. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8; entonces serían 8 sobre…$\frac{8}{14}$, porque estamos reflejando las 8 que hay dentro de esas 14 que están divididas.

		• En los números racionales las partes que se colorean se llaman numerador y en las que se divide se llama denominador. Dijimos que aquí en esta relación, esta figura que estamos mostrando aquí se está dividiendo, ¿en cuánto? • Luego con base en esta figura nosotros estamos sacando la relación que existe con las variables que están ahí, una de las variables que están ahí dice que número racional representa la parte de color azul. • Tenemos 24 naranjas y de esas 24, digamos que Yurleidy vino con hambre y dice comámonos 12… la relación; las 12 naranjas son las que se come Yurleidy y las otras son las que están sobrando entonces decimos $\frac{12}{24}$ es una relación
Metáfora Orientacional	**El cero es un punto de inicio**	• Queda en 0, queda en la recta numérica en 0 ¿cierto?, queda en el punto de origen, el punto inicial.

Fuente: Elaboración propia

Tabla A. 2: Codificación abierta D2

<table>
<tr><th colspan="3">Codificación abierta
Docente 2</th></tr>
<tr><th>Tipo de metáfora</th><th>Categoría de metáfora</th><th>Frases metafóricas</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Metáfora estructural</td><td>Los números enteros son cantidades negativas o positivas</td><td>• Los números enteros eran todos aquellos números que eran los positivos y los negativos, pero todos eran enteros.</td></tr>
<tr><td>Los números racionales se originan a través de la unidad</td><td>• Si no que entre esos números están los números decimales, los números fraccionarios.
• Los números enteros son aquellos que son de unidad en unidad.
• Si yo aquí tengo el 0, esto lo tomamos como 1 unidad, las unidades las tomamos como las distancias que hay entre número entero y número entero.
• Los números racionales si los vamos a mirar en la recta numérica funcionan lo mismo, si yo voy a graficar $\frac{3}{2}$, entonces que me dice a mi este 2, que cada unidad la divido, ¿en cuántas partes iguales?... En 2 ¿cierto?, entonces esta unidad la voy a dividir en 2 partes iguales, si yo pongo una rayita en la mitad pues voy a dividir la unidad en 2 partes iguales.
• Decíamos que entre esos números también hay infinitos números, entre 0 y 1 hay infinitos números, entre 1 y 2 hay infinitos números todos los que ustedes quieran.</td></tr>
</table>

	Los números racionales son el cociente entre dos números enteros	• ¿Cuál es la particularidad de los números racionales?, que pueden ser expresados como la división entre 2 números. • Yo tengo 3 unidades, 3 cosas y las voy a dividir entre 2 entonces nos da 1.5. • Que es lo mismo que 0.5, $\frac{1}{2}$ y 0.5 es exactamente igual. • Cuando yo tengo una fracción donde el numerador y el denominador son iguales, decimos que son fracciones unitarias. • ¿Por qué son unitarias? porque estas fracciones son iguales a 1. • Los números racionales siempre tienen la particularidad de que se tienen que expresar como la división entre 2 números. • ¿Cuál es la condición para que un número sea racional? De que yo lo pueda expresar como la división entre 2 números, es decir que, si yo tengo, por ejemplo $-\frac{10}{3}$ • El 4 también lo puedo expresar como $\frac{4}{1}$ porque 4÷1 da 4, entonces miren que todos los números enteros se pueden expresar como la división entre 2 números, por eso decimos que son números racionales.

	Las fracciones son números racionales	• Entonces los fraccionarios vienen de ahí y ¿Qué estamos diciendo? Que los números racionales son todos los números, incluyendo también los números enteros, pero son todos los números que están en la mitad de estos números también enteros, todo este conjunto es el conjunto de los números racionales • Por ejemplo $\frac{3}{2}$, tres medios, es un numero fraccionario, pero también es un numero racional, resulta que estos tres medios yo lo puedo expresar así $\frac{3}{2}$ como fraccionario, pero también lo puedo expresar como numero decimal, $\frac{3}{2}$ es lo mismo que tener $3 \div 2$ y si ustedes dividen 3 entre 2, ¿Cuánto nos da 3÷2?, sin utilizar calculadora. $\frac{2}{2}+\frac{1}{2}$, esto es igual a $\frac{3}{2}$ y $\frac{3}{2}$ es igual a 1.5. • Sí, esto es un número fraccionario, cualquier número fraccionario que este expresado así es un numero racional, si yo este número fraccionario lo puedo expresar como decimal, entonces cuanto me daría el 10÷3 • ¿ya más o menos están entendiendo que es un número racional?, un número racional es todo aquel número que puedo expresar como la división entre 2 números. Si yo tengo 10/5, es un número racional,

		porque es un número fraccionario • ¿Cuánto me da $\frac{10}{5}$? es 2, o sea que este 2 también es un numero racional, aquí en este caso este número fraccionario es igual a 2, entonces si ustedes por ejemplo en alguna operación le aparece $(\frac{10}{5})+8-3$ usted divinamente puede convertir este $\frac{10}{5}$ por un 2 y hacer la operación $2+8=10$ y $10-3=7$, sin necesidad de complicarse haciendo operaciones con esto, cuando son fracciones que dan exactas, como en este caso. • Estos números enteros son números racionales, porque todos los números enteros se pueden expresar como la división de 2 números, por ejemplo el 5 puede ser $\frac{10}{2}$, el 4 puede ser $\frac{12}{3}$,ya que 12÷3 es igual a 4, y 4 lo puedo expresar también como $\frac{8}{2}$. • Las fracciones se pueden expresar de múltiples formas y muchas fracciones están expresando en realidad la misma cantidad, esto lo denominamos fracciones equivalentes, que son aquellas que en cantidad expresan lo mismo. • Los fraccionarios a mí me sirven para representar también proporciones, cuando uno dice 20 de cada 100 personas tienen los ojos verdes, entonces estamos

		diciendo que de 100 personas, solo 20 tienen los ojos verdes.
Metáfora Objeto	**Los números son objetos que pueden visualizarse**	• Si los mirábamos en la recta numérica, había infinitos números en la mitad de ellos, que decíamos que si yo tenía la recta numérica acá y yo por aquí tengo el 0, por aquí tengo el 1, por aquí tengo el 2 y así sucesivamente. • Entonces miren lo que sucede ahí, observen, ¿alguien trajo calculadora? Dividan 10÷3 en la calculadora, ¿Cuánto le da?, eso da 3,333… resulta que este es un numero decimal periódico, porque mire que el número 3 se empieza a repetir indefinidamente, o sea que este es un numero decimal periódico pero que se repite infinitamente el 3. Este es un número racional, es racional porque igual yo lo puedo expresar como $\frac{10}{3}$ cualquier número que se exprese como la división entre 2 números es un número racional, porque es un número periódico. • Ahora vamos a mirar entonces, si yo a ustedes les pregunto, $\frac{10}{3}$, ¿Cómo lo graficaríamos en la recta numérica? Entonces miren,

		muy sencillo, el 0 lo voy a escribir con otro colorcito porque es el punto de referencia, observen acá $\frac{10}{3}$, nos vamos a imaginar que cada unidad la vamos a dividir en ¿Cuántas partes iguales?, en 3, siempre le número de abajo. El denominador me indica en cuantas partes iguales divido cada unidad, entonces cada unidad la voy a dividir en 3 partes, entonces más o menos ahí está divida esa unidad en 3 partecitas, recuerden que cuando hablo de 3 partes hago referencia a 3 distancias no a 3 rayitas, ya que ese es un error que cometemos mucho, ahí está esta unidad divida en 3 partes iguales…3, miren ustedes cuenta, aquí hay un tercio, de acá a acá hay otro tercio y hasta acá hay otro tercio, entonces hay 3 tercios, vamos en 3 y necesitamos ¿Cuántos tercios?... 10, entonces tenemos que abarcar los otros tercios en las otras unidades. • Miren que es lo mismo si yo aquí pongo $\frac{6}{3}$ es lo mismo que tener 2, y miren $\frac{10}{3}$ nos da acá, cuando nosotros hicimos ahorita la división, decíamos que $\frac{10}{3}$ era igual a 3,3333 ¿cierto?, entonces miren que aproximadamente si da ese número decimal, $\frac{10}{3}$ es lo mismo que tener 3,3, uno lo aproxima a 3,33.

		Entre más decimales uno le ponga, más exacto viene a ser como el número. • Recuerde que se cuentan son las distancias, miren de acá a acá hay un cuarto, de acá a acá hay otro cuarto, de acá a acá hay otro cuarto y de acá a acá otro cuarto, son 4 distancias pequeñitas, solo que esta unidad esta unidad está dividida en 4 partes iguales, entonces esto es $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$. Entonces les pregunto, $\frac{6}{4}$, ¿Dónde iría $\frac{6}{4}$? o sea, $\frac{6}{4}$ iría exactamente acá. • Vamos a mirar, este cuadrado es el grupo, aquí hay 40 estudiantes, vinieron 15, entonces vamos a dividir el grupo en 40 cuadritos, y cada cuadrito es el que ocupa cada estudiante. Entonces dividimos el cuadrado en 40 cuadritos y vamos a suponer que todas las partecitas son iguales, cada rectángulo que hay acá es el ocupado por cada estudiante y de todos estos estudiantes que hay acá solo vinieron ustedes que son 15, entonces vamos a señalar 15…. Entonces es muy sencillo, el número del denominador que es el número de abajo, indica en cuantas partes iguales está dividida la unidad, ¿en cuántas partes iguales está dividida la unidad?... ¿cuánto daría? Observen lo siguiente, yo a ustedes les pregunto $\frac{15}{40}$, las $\frac{15}{40}$ partes de

		este salón vinieron hoy a refuerzo, entonces en fraccionario, ¿cuántos fueron los que no vinieron? No, sería $\frac{25}{40}$ que son los que no están señalados y son los que no vinieron. En forma de proporción, no vinieron 25 de 40 y vinieron 15 de 40 estudiantes. • A ver, vamos a mirar 15 de 40, la $\frac{15}{40}$ parte de este grupo asistieron hoy aquí. $\frac{15}{40}$ es lo mismo que tener, ¿Qué?, saquémosle fracciones equivalentes a esto, vea si yo le saco por ejemplo quinta a 15, ¿ustedes se acuerdan de la simplificación de fraccionarios? ¿Da 3 y quinta de 40? O sea que tener $\frac{3}{8}$ es lo mismo que tener $\frac{15}{40}$.
	Los números son cosas que pueden representarse	• los números racionales incluyen los números enteros, pero también incluyen los números que están en la mitad de estos números • Bien vamos a graficar, si yo digo que $\frac{3}{8}$ es lo mismo que $\frac{15}{40}$, estamos hablando de la misma cantidad, las $\frac{3}{8}$ partes de este salón vino a estudiar hoy por la tarde, ¿Cuántas partes de octavos se quedaron en la casa? Si $\frac{3}{8}$ vinieron, ¿Cuántos son los que se quedaron? 5 ¿cierto?

		$\frac{5}{8}$, porque si ustedes suman 3+5 me da 8, $\frac{8}{8}$.
	Los números son objetos que pueden manipularse	• Los números que tenemos cuando le sacamos raíz cuadrada a un número también nos da números decimales, entonces esos números son los que están en la mitad de estos números de acá.
Metáfora del canal	**Se utilizan objetos concretos para representar el concepto de número racional**	• $\frac{3}{2}$ es lo mismo que tener, si yo hago aquí por ejemplo gráficamente, supongamos que esto es una galleta Capri, aquí tengo una galleta, si yo divido la galleta en 2 partes iguales, cada partecita es, ¿qué?... La mitad, ¿cierto?, recuerden que la mitad en lo mismo que tener $\frac{1}{2}$. • Mire que $\frac{2}{2}$ es una galleta, esto puede ser una galleta, una naranja, cualquier cosa, una unidad divida en 2 partes iguales, si yo me como las 2 unidades, las dos partecitas perdón, pues me estoy comiendo 1 unidad entera. • Si Ustedes tienen una naranja y la dividen en 4 cascos ¿cierto? En 4 partes iguales, cada casquito viene a ser $\frac{1}{4}$, si yo comen los 4 cascos, ¿me estoy comiendo cuantos cuartos?... $\frac{4}{4}$ es lo mismo que tener una naranja. • Supongan ustedes la misma galleta, las 2 unidades, aquí

		si yo me como los $\frac{4}{2}$ me estoy comiendo 2 unidades. • Porque es, hasta acá vamos $\frac{4}{4}$, aquí seria $\frac{5}{4}$, aquí seria $\frac{6}{4}$, aquí seria $\frac{7}{4}$ y aquí seria $\frac{8}{4}$, venga y una pregunta, ¿entonces que paso ahí, será qué $\frac{6}{3}$, 2 y el $\frac{8}{4}$ es lo mismo? Entonces, ¿podemos igualar esto?, esos tres números, ¿sí o no? O sea que estamos diciendo, en otras palabras, que, si yo tengo, por ejemplo, unas galletas y yo me como $\frac{6}{3}$ de galleta, es lo mismo que si me comiera $\frac{8}{4}$ de galleta, o es lo mismo que si me estoy comiendo 2 galletas. • Si yo tengo 3 mitades de naranjas, más 2 mitades de naranjas, pues me da 5 mitades de naranjas, entonces vamos a mirar eso ya rápidamente para finalizar.
	Se utilizan objetos problema para representar el concepto de numero racional	• Supongamos que este cuadrado es el grupo, y estamos diciendo que las 3 cuartas partes no vienen, entonces lo vamos a dividir en 4 y de estas 4 partes solamente viene 1 cuarta parte. Redondeemos esto para que quede más fácil, si en el grupo son 40 estudiantes entonces, ¿cuántos vinieron hoy?... O sea, aquí hay 10 estudiantes, la cuarta parte son 10 estudiantes.

Fuente: Elaboración propia

A.2. ANEXOS 2

A.2.1. Tablas de sistematización entrevistas de estudio

Tabla A. 3:Sistematización entrevistas de estudio D1

Tipo de metáfora	**Frase metafórica del docente**	**Intención del docente**	**Interpretación de los estudiantes**	**Recurrencia de Respuestas**	**Coincidencia de interpretación docente y estudiante**
FM1	Los números naturales los simbolizamos con la letra ℕ, los números enteros con la ℤ mayúscula	Pretendía que cada uno de los estudiantes del grupo, reconozcan el símbolo con el cual representamos los números naturales y los números enteros dentro de las variedades de números que utilizamos.	1. Que los números se representan por letras, pero depende del número que sea se coloca la letra	1	4
			2. Los números se pueden representar mediante letras	11	4
			3. Que la ℕ puede poner para resumir naturales y solo tendría que poner la ℕ	1	4
			4. Si entendí, porque ℕ es de números enteros	1	3
			5. Las operaciones entre números enteros son las mismas que se definieron entre los números naturales, sin embargo, como ahora aparecen los números negativos es importante tener presente algunos procedimientos y reglas	1	3
			6. Los números enteros se	3	5

			representan con la letra ℤ, y los naturales con la ℕ.		
			7. Que los números enteros se representan con letras mayúsculas o minúsculas como A,b,c así también se puede.	1	2
			8. Los números se escriben con letras y números	4	2
			9. Que hay números que se pueden simbolizar por letras por ejemplo los números enteros E	1	2
			10. Yo entendí que los números naturales se pueden representar ℕ de naturales y los otros con la ℤ, porque se pueden representar con cualquier letra. Por ejemplo con: a,b y c.	1	3
			11. Yo entendí que los números naturales se simbolizan con letras.	1	2
			12. Si entendí es ℤ y ℕ.	1	3
			13. Que la n se puede resumir como naturales y solo tendrías que poner la letra ℕ.	1	3
			14. Los números naturales se simboliza con	1	2

			la letra ℕ porque no tiene sentido.		
			15. Lo que yo entendí fue que los números enteros se escriben con letras.	1	2
FM2	Como los números naturales se pueden representar con letras y números enteros se pueden representar con la letra ℚ.	Identificar como los números naturales y los enteros se distinguen teniendo en cuenta el conjunto que lo integran.	1. No sabe no responde	2	1
			2. Que los números naturales son números que se resuelve y los enteros están entre 2 y 3.	1	1
			3. Que los números también se pueden representar con la letra ℚ, porque los números enteros también pueden ser número enteros 11.	1	3
			4. Eee pues la letra ℚ se representa los números.	1	2
			5. Que se pueden representar de muchas maneras como los números enteros se pueden representar con la letra a.	2	2
			6. Que hay muchas formas de representarlos.	1	2
			7. Que los números naturales se representan con letras y enteros se representan con la letra ℚ.	1	2

			8. ℤ ⊂ ℕ	1	1
			9. ℤ ∈ ℕ	1	1
			10. Con letra mayúscula y minúscula.	1	2
			11. No sabe, no responde	1	1
			12. Pues yo entendí que se entienden mejor con letras.	1	2
			13. Porque los números naturales se representan con la letra ℕ y lo puedo representar con diferentes letras.	1	3
			14. Que los números enteros se representan con la letra ℤ y los naturales por la letra ℕ.	2	3
			15. Pues que los números se pueden escribir con cualquier letra, entonces los enteros también se pueden representar con la letra ℚ.	1	4
			16. Los números enteros no se pueden representar con la letra ℚ porque en realidad es ℤ.	2	1
			17. Yo entendí que todos los números se representan con letras, las cuales son ℕ, ℤ y ℚ. La ℕ es para los números	1	4

			naturales y ℤ para los números enteros.		
			18. Con la letra ℚ es con los números naturales.	1	2
			19. Que los números naturales también se pueden representar con la letra ℚ porque los números naturales también son números enteros.	1	3
			20. Que los números naturales se representan de manera diferente a los números enteros.	1	2
			21. Que los números se representan de manera diferente a los números enteros.	1	1
			22. Con la letra ℚ yo entendí que la letra es racional.	1	3
			23. Que los números si se pueden representar con la letra ℚ, si.	1	4
			24. Lo puedo representar con diferentes letras.	1	3
			25. Que los números y letras se pueden representar si mismos.	1	3

			26. Si porque los números enteros se pueden representar en letras como en números.	1	3
FM3	El 2 que es un entero y a la vez un número natural, lo puedo representar otra vez en forma de fracción.	Los números enteros y naturales para mí, son la base de las matemáticas y tienen un sin número de aplicabilidad, y teniendo en cuenta ese orden de ideas, pueden adoptar otra representatividad o aplicabilidad con las fracciones.	1. Que los números enteros y los naturales son 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.	1	1
			2. Si porque una fracción es como una fragmentación.	1	3
			3. No sabe, No responde	17	1
			4. Con otros números naturales	4	1
			5. De que algunos números pueden ser enteros y naturales y se pueden representar con una fracción.	1	3
			6. No, porque un número entero no lo puedo repetir porque daría el mismo resultado	1	1
			7. Que los números naturales o las fracciones se pueden representar en una fracción, no importa s son ambos	1	5
			8. Yo lo representaría así $\frac{b^2}{2}$ y $\frac{3^2}{2}$	1	2
			9. Se pueden representar con	1	3

			otros números naturales con otra fracción.		
			10. Todos los números sirven para varias cosas.	2	2
FM4	Este denominador como me decía Francisco no puede ser igual a cero, pues entonces, ya no será una fracción.	En una fracción el denominador me indica el número de partes iguales en que se divide la unidad que se va a fraccionar, teniendo en cuenta esto, si le colocamos “0” como denominador no se fraccionaria y seguiría siendo un número entero.	1. Si puede ser una fracción	1	1
			2. Sería una fragmentación	1	2
			3. Porque cero no es un número entero	2	2
			4. Pues no porque el cero le ponen un número mayor y aunque sea menos es más mayor.	1	2
			5. No sabe, no responde.	9	1
			6. Un denominador	3	2
			7. Si porque se vuelve cero	2	2
			8. Cero no es un número entero y tampoco natural	1	2
			9. No es una fracción sino una denominación.	1	1
			10. Yo entendí que francisco no era una fracción, porque no se divide.	1	1
			11. Porque no se puede dividir por cero	2	5
			12. Porque por ejemplo que 4 y 0 no se puede hacer una fracción	1	4
			13. Que si hago una fracción está el número	1	2

			o la fracción, queda en cero.		
			14. Si puede ser igual a cero.	1	1
			15. No puede ser un denominador porque no se suma ni se resta.	1	1
			16. Que puede ser igual a cero pero entonces ya no será fracción.	1	4
			17. Que cero no se puede dividir, el número entero pertenece al conjunto de números enteros y es el único que no se considera ni positivo, ni negativo.	1	3
FM5	Los números racionales dijimos que los números racionales eran igual a lo siguiente: los números racionales es igual a a/b donde a y b ∈ a los Z, pero b≠0 porque en una fracción no puede haber un denominador 0.	En los números racionales intervienen las fracciones equivalentes como ejes fundamentales, y teniendo en cuenta esto la fracción no puede tener un denominador como cero "0" ya que se pierde la fracción, y por consiguiente no se existiría la equivalencia.	1. Que en los números racionales en una fracción	1	2
			2. Porque es cero	1	2
			3. Porque los números enteros o racionales se pueden entender más por letras que números y como cero no es entero entonces no puede ser un denominador.	2	2
			4. No sabe, no responde	6	1
			5. $\frac{1}{2}$	1	4
			6. $\frac{2}{4}$	1	4
			7. A es mayor que b	4	2

			8. Porque tiene que tener un denominador	1	2
			9. Si por alguna razón hay un cero en una resta la resta puede quedar mal	1	1
			10. No puede porque el cero no es natural	1	3
			11. Porque no se puede hacer la fracción porque tiene cero	1	5
			12. Son fracciones a sobre b	1	4
			13. Porque en las fracciones debe haber números mayores que cero	1	2
			14. En una fracción no puede haber un denominador.	2	1
			15. Si es cierto que E es de números enteros y ℤ es de números naturales.	1	1
			16. Que en una fracción no puede haber un denominador 0.	2	5
			17. Puede ser una fracción y un número.	1	2
			18. Porque el cero no se suma.	1	2
			19. Entendí que él había hablado sobre los números enteros.	1	1
FM6	Los que representamos para los números naturales, los utilizamos para	Recordarles a los estudiantes que tanto los números enteros como los números naturales nos sirven para representar la	1. No sabe, no responde.	17	1
			2. Que depende de una cantidad va a la otra.	1	3
			3. Velocidad, numero de	1	4

	representar situaciones las cuales tenemos que mirar la relación entre dos cantidades.	relación existente entre dos cantidades.	novio por novias.		
			4. Por ejemplo, el gasto de agua entre 5 personas.	1	4
			5. Serian fracciones $\frac{2}{4}$.	1	1
			6. Porque para realizar situaciones así siempre lo hacemos con números naturales porque si lo hacemos en los otros queda mal las operaciones.	2	2
			7. Como la cantidad de sillas a la diferencia de sillas.	1	2
			8. Yo entendí que para representar una fracción se necesita saber bien los números naturales.	1	2
			9. Que hay relaciones entre más cantidades.	1	2
			10. Ay 4 personas y se compra para 20 días	1	3
			11. Que una fracción tiene dos cantidades.	1	2
			12. Que siempre hay que mirar entre las dos.	1	2
			13. Sirve para representar fracciones y fracciones y fragmentación.	1	2
FM7	Las relaciones que nosotros hacemos pueden ser	Conocer que a través de los números enteros podemos reflejar y representar	1. No sabe, no responde.	23	1
			2. Porque algunos números no se suman.	1	2

	positivas y negativas.	adecuadamente situaciones como pérdidas y ganancias, situaciones de temperaturas, entre otras, que son positivas y negativas.	3. Negativas y a la vez positivas.	1	2
			4. Yo entendí que ser positiva si da 0 y ser negativa y da otro número.	1	2
			5. Si $+\frac{3}{4}$ y $-\frac{4}{5}$.	1	4
			6. Si como los grados, las deudas.	1	5
			7. Que los números enteros son positivos y negativos.	1	1
			8. Que nuestras opciones pueden ser positivas o negativas.	1	2
FM8	En física la podemos utilizar para mirar desde cierta distancia recorriendo desde un automóvil desde cierta distancia hasta la otra y miramos cual será el tiempo recorrido para dicho recorrido.	Hacerles entender que los números los utilizamos en la vida cotidiana y están inmersos en lo que hacemos a diario y en el caso de la física podemos calcular la distancia recorrida y el tiempo que se puede demorar un automóvil en llegar de un lugar a otro.	1. No sabe, no responde.	11	1
			2. Cuando el carro ha recorrido 80Km en 1 hora.	3	4
			3. Podemos medir la distancia de un automóvil cuando viaja.	1	3
			4. Pues que un carro puede recorrer 60 kilómetros en una hora depende como varia la velocidad.	1	5
			5. Que uno tiene que medir el tiempo para después, a ver lo exacto que corrió el coche.	1	4
			6. Que si miramos un automóvil podemos utilizar la física para plantear el tiempo del recorrido.	1	2

			7. Es verdad porque en física podemos utilizar corriendo desde un automóvil.	1	2
			8. Por ejemplo, es como el velocímetro que la velocidad.	1	3
			9. Pues en el carro una hora recorremos 8km y caminando por ahí 4 horas.	2	3
			10. 1 hora.	1	2
			11. Puede ser recorrida cada una hora.	2	2
			12. Si por eso es la física para uno tener un buen estado físico.	1	1
			13. Yo entendí que si un carro corre 100 metros y a otra distancia 10m si a correr otros 1000 puede ser 200 metros.	1	2
			14. Que en el carro se ve cuantos kilómetros recorre por hora.	1	4
			15. Que siempre para todo lo que hagamos requiere la física.	1	3
			16. Que si un automóvil recorre 80 kilómetros ese es tiempo que debe recorrer.	1	2
FM9	Si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción	Reforzar que una unidad se puede dividir o fraccionar en partes iguales, y esto se puede	1. En 4 partes una fracción	1	2
			2. No sabe, no responde.	4	1
			3. Que el pastel hay que partirlo	1	2

	representa esa parte del pastel?	mostrar a través de los números racionales	en igual para toda la gente hay como $\frac{4}{8}$.		
			4. $\frac{1}{4}$ Un cuarto	3	2
			5. $\frac{1}{8}$	12	5
			6. Que hay una fracción para comer del pastel.	1	2
			7. Nos estaba enseñando a hacer una fracción.	2	4
			8. La fracción de divisor.	1	3
			9. Que en las fracciones podemos representar las divisiones.	2	4
			10. 16 fracciones.	1	2
			11. Que es una de 8 fracciones.	1	3
			12. Un numerador y un denominador.	1	2
FM10	En los números racionales las partes que se colorean se llaman numerador y en las que se divide se llama denominador. Dijimos que aquí en esta relación, esta figura que estamos mostrando aquí se está dividiendo, ¿en cuánto?	Reforzar los conocimientos de fracciones y a la vez que conocieran que estas fracciones en conjunto con los números naturales y enteros forman el conjunto de los números racionales.	1. Hay 4 numeradores y hay 5 denominadores.	3	2
			2. Que tenemos una fracción con nueve partes y cuatro pintadas $\frac{4}{9}$.	2	3
			3. Se está dividiendo así $\frac{4}{9}$ el de arriba es el numerador y el otro denominador.	1	4
			4. Se está dividiendo 4 numeradores y en las dividas se llama denominador y hay 5.	1	2
			5. Se divide en cuatro.	1	2
			6. 9-45	2	1

			7. $\frac{4}{9}$	5	4
			8. No sabe, no responde.	2	1
			9. Hay 9 cuadros y se pintan cuatro como me quedaría $\frac{4}{9}$.	1	4
			10. 4	2	3
			11. Se está dividiendo en 4/5	1	2
			12. 1/8	1	1
			13. 4/9 que lo coloreado es el numerador y la blanca el denominador o sea que esta figura seria.	1	4
			14. Que el denominador y el numerador son las dos partes de una fracción	1	4
			15. Entendimos que las partes que están pintadas son las que se comieron y las que no, no todavía queda.	1	3
			16. Se pueden partir y dividir y que ahí numerador y denominador	1	3
			17. Se divide 4 dividido 5	1	2
			18. 5÷4=1.25	1	2
			19. 4/9 como el cuatro es lo que cuenta entonces el cuatro de arriba porque son cuatro, cuatro y el nueve porque son todas.	1	4
			20. Que lo coloreado es el numerador y lo	1	4

			blanco es denominador o sea que esta figura seria 4/9		
FM11	Tenemos 24 naranjas y de esas 24, digamos que Yurleidy vino con hambre y dice comámonos 12… la relación; las 12 naranjas son las que se come Yurleidy y las otras son las que están sobrando entonces decimos $\frac{12}{24}$ es una relación.	Explicar que varias cantidades las podemos utilizar como conjunto y que de este conjunto nos representa fracciones en este caso Yurleidy se comió la mitad de las naranjas.	1. 12÷24=0.5	2	3
			2. Sobran 12	2	2
			3. Yo entendí que las naranjas se restan a 24 se le quitan 12 y quedan 12	2	3
			4. Dividida sobraron $\frac{12}{24}$	1	3
			5. $\frac{12}{24}$si es una relación	1	3
			6. No sabe, no responde	6	1
			7. Que el número es igual	1	1
			8. Que es una relación $\frac{12}{24}$porque Yurleidy se comió 12	1	4
			9. Que como Yurleidy se comió doce entonces el resultado seria $\frac{12}{24}$	3	3
			10. $\frac{12}{0}$	1	1
			11. $\frac{12}{24}$ quedaron 12 de 24 naranjas	1	4
			12. Yo entendí que quedaban $\frac{12}{24}$	1	4
			13. Sobraron 12 de 24	1	4
			14. Que a las 24 naranjas se les restaron las12 que se comió Yurleidy 24-12=12	2	3
			15. Yo entendí que de esas manzanas era la fracción $\frac{12}{24}$	1	3
			16. Quedan 10 naranjas	1	2
			17. 12 24	1	2

			18. No porque 12 es menor que 24	1	2
			19. Esto quiere decir que es una fracción 2	1	3
FM12	Queda en 0, queda en la recta numérica en 0 ¿cierto?, queda en el punto de origen, el punto inicial.	No Responde	1. Que cero queda en la mitad de la recta numérica, entre números negativos y positivos.	2	1
			2. Representa la recta	1	1
			3. En un lado de la recta numérica están los +, en el otro los -.	1	1
			4. Responde Igual a lo que dice el docente.	1	1
			5. Desde 0	1	1
			6. Se divide por el denominador y el numerador como el negativo y el positivo.	1	1
			7. No sabe, no responde.	8	1
			8. Que en la recta numérica hay un final un inicio y un cero.	1	1
			9. Queda en el punto final.	1	1
			10. Yo me acuerdo de que el número cero divide a los números positivos y negativos	1	1
			11. Que el cero quedaría siendo el punto inicial porque hay queda el punto de origen.	2	1
			12. Porque el cero hay, porque primero	1	1

			empiezo de mayor a menor y después de menor a mayor.		
			13. El cero será de los números negativos y positivos.	1	1
			14. El negativo, y el positivo.	1	1
			15. Que el cero queda en el punto de Origen.	1	1
			16. Que el cero queda en el punto inicial	1	1
			17. Si porque son negativos y positivos.	1	1
			18. Que el cero es el punto inicial en una recta numérica	1	1
			19. Que para el lado derecho están los positivos, y para el lado izquierdo están los negativos.	1	1
			20. Que el cero separa a los números negativos y positivos.	1	1
			21. Que el cero queda a la mitad de la recta numérica, entre números negativos y positivos.	1	1

Fuente: Elaboración propia

Tabla A. 4:Sistematización entrevistas de estudio D2

Tipo de metáfora	**Frase metafórica del docente**	**Intención del docente**	**Interpretación del estudiante**	**Recurrencia de respuestas**	**Coincidencia de interpretación Docente - Estudiante**
FM1	Los números enteros eran todos aquellos números que eran positivos y los negativos. pero todos eran enteros.	Después de explicar los números naturales, empecé a explicar el conjunto de los números enteros introduciendo los números negativos, los cuales no se encuentran dentro del conjunto de los números naturales, pero queriendo decir que los números naturales están contenidos en el conjunto de los números enteros.	1. No sabe, no responde.	6	1
			2. No importa si son negativos o positivos siempre son enteros.	7	4
			3. Son muy importantes para las operaciones., y los números racionales son todos.	2	3
			4. Los números enteros son aquellos que no tienen mitad.	3	2
			5. Los números enteros son aquellos que son pares.	1	2
			6. Los negativos van la izquierda y los positivos ala derecha.	1	3
FM2	Los números enteros son aquellos que son de unidad en unidad.	Se quiere dar a entender que como su nombre lo dice, el conjunto de los enteros, son números exactos que representados en la recta numérica van de unidad en unidad, todos ubicados a una misma distancia.	1. No sabe, no responde	4	1
			2. Son aquellos números que son pares.	4	2
			3. Son aquellos números que no tienen mitad.	5	2
			4. Que el número entero es 1,2,3,4,5 entonces es una unidad.	2	3
			5. Que los dividen en unidades.	2	4
			6. Los números enteros donde está el denominador tiene el mismo número.	1	3
			7. Que los números enteros son números normales y no hay que sumarlos.	1	1

			8. Eso significa que los números no quedan como así 3.50 sino 2 0 1	1	4
FM3	Decíamos que entre esos números también hay infinitos números, entre 0 y 1 hay infinitos números, entre 1 y 2 hay infinitos números todos los que ustedes quieran.	Cuando se termina de hacer el repaso de los enteros, se pretende, que los estudiantes, tengan en cuenta que entre los enteros hay infinitos números que corresponden a otro conjunto de números llamados racionales, los cuales se evidencian en la recta numérica dibujada en el tablero.	1. No sabe, no responde.	1	1
			2. Entre 0 y 1 hay infinitos números esos son los números racionales.	3	4
			3. Todos los números son infinitos sean de 2-3 es decir que tienen números intermedios como 1.5-,1.6-,1.7 etc.	5	4
			4. Que todos los números son infinitos.	7	3
			5. Que entre cada número hay infinidad de número que no se pueden copiar todos.	4	4
			6. Que entre 0 y 1, no da más son esos entre 0 y 1 están 1,2,3,4,5,6,7,8,9 y para 1 y entre la mitad de los números hay más y más, hay milésimas y milésimas hay números infinitos que diferencia 0 y 1.	1	4
FM4	Cuando yo tengo una fracción donde el numerador y el denominador son iguales, decimos que son fracciones unitarias.	Se estaba haciendo el repaso de clases de fracciones, en las cuales cuando el numerador y denominador son números iguales, al dividirlos da 1, y por eso se dice que son fracciones unitarias, porque	1. No sabe no responde.	3	1
			2. Porque no va dar el mismo número.	7	3
			3. Cuando tenemos una fracción con el denominador iguales se multiplican los numeradores y el denominador se pone igual.	2	2
			4. Se pueden sumar los números.	1	2

		representan una unidad.	5. Cuando la fracción $\frac{2}{2}$ es unitario porque la fracción tiene el mismo numerador y denominador entonces nos da 1.	5	5
			6. Si van del numerador y denominador.	1	2
			7. Da un resultado par.	1	2
			8. Las fracciones unitarias son aquellas que tiene un mismo número.	1	4
FM5	Los números racionales siempre tienen la particularidad de que se tienen que expresar como división entre 2 números.	Se quiere dar a entender que para que un número sea racional, siempre puede ser expresado como la división entre dos números, es decir, se puede representar como fraccionario. Si esto no es posible, no es número racional.	1. No sabe no responde.	5	1
			2. Los números racionales son los números que se pueden definir por números iguales.	8	2
			3. Todos los números enteros se pude expresar como la división de números.	1	2
			4. Los números racionales son la división de una fracción.	1	5
			5. Que para poder expresarlo hay que hacer una división.	2	4
			6. Los números racionales siempre deben dividirse entre dos números para sacar el resultado de los números racionales son racionales porque todos los números enteros se pueden definir como la división de dos números.	3	4
FM6	Entonces los fraccionarios vienen de ahí ¿Qué estamos diciendo? Que los números racionales son todos los números,	Se quiere explicar que el conjunto de los números naturales y el conjunto de los enteros están contenidos dentro	1. No sabe no responde	16	1
			2. Que los números racionales también son números enteros y los números que van en la mitad también ej.: 3.2-5.7	2	4

	incluyendo también los números enteros, pero son todos los números que están en la mitad de estos números también enteros, todo este conjunto es el conjunto de los números racionales.	del conjunto de los racionales, ya que cualquier natural o entero también puede ser expresado como número fraccionario.	y así porque se dividen entre dos 5÷2 nos da 2.5 y eso sería un numero racional.		
			3. Los números racionales y los números enteros no se dan con la misma operación.	1	3
			4. Todos los números son números racionales incluyendo los enteros y los que están en la mitad a esto se le denomina fracción equivalente.	1	4
FM7	Estos números enteros son números racionales, porque todos los números enteros se pueden expresar como la división de dos números, por ejemplo, el 5 puede ser $\frac{10}{2}$, y el 4 puede ser $\frac{12}{3}$, ya que 12÷3 igual a 4, 4 lo puedo expresar también como $\frac{8}{2}$.	Se quiere reflejar el concepto de que cualquier entero es un racional porque puede ser expresado como una fracción o como la división entre dos números.	1. No sabe, no responde.	3	1
			2. Los números racionales se pueden dividir por dos y da de cualquier forma	7	3
			3. Esos son números fraccionarios.	1	3
			4. Los números enteros se expresan como la división de 2 números, es decir dividir dos números que le den uno exacto.	4	5
			5. Si se da porque es una división que se da en una multiplicación.	1	3
			6. Si lo puede expresar para hacer la operación	2	2
FM8	Las fracciones se pueden expresar de múltiples formas y muchas fracciones están expresando en realidad la misma cantidad, esto lo denominamos	Se está recordando el concepto de fracciones equivalentes, las cuales pueden tener el numerador y el denominador	1. No sabe, no responde	6	1
			2. De cualquier forma, da el mismo número.	11	4
			3. Las fracciones equivalentes son los que en cantidad expresan lo mismo.	2	5

	fracciones equivalentes, que son aquellas que en cantidad expresan lo mismo.	distintos, pero su relación es la misma, es decir, la división entre el numerador y el denominador es igual, lo que corresponde a tener la misma cantidad. Se explicó con ejemplos gráficos en el tablero.	4. Las fracciones se pueden expresar en múltiples formas	1	4
FM9	Los fraccionarios a mí me sirven para representar también proporciones, cuando uno dice 20 de cada 100 personas tienen los ojos verdes, entonces estamos diciendo que 100personas, solo 20 tienen los ojos verdes.	En realidad, lo que se quería recordar es que los fraccionarios sirven para representar relaciones entre magnitudes que se denominan razones, y que al tener igualdad de relaciones o razones se forman las proporciones.	1. No sabe, no responde	1	1
			2. Que los fraccionarios sirven para expresar cualquier cosa.	9	3
			3. Esos son porcentajes	7	3
			4. Los porcentajes ayudan a representar distintas proporciones	2	4
			5. Que estuvo dividiendo los números para poder sacar un resultado y así poder llegar a la información dada	1	2
FM10	Entonces mire lo que sucede ahí, observen, ¿alguien trajo calculadora? Dividan 10÷3 en la calculadora, ¿Cuánto le da?, eso da 3,333…resulta que este es un numero decimal periódico, porque mire que el número 3 se empieza a repetir indefinidamente, o sea que este es un numero decimal periódico pero que se repite infinitamente el 3. Este es un numero racional, es racional porque igual yo lo puedo	Al estar expresado el conjunto de los racionales, se pretendía dar a entender que hay unos números decimales exactos y periódicos son racionales, porque estos se pueden expresar como la división entre dos números. Los que no son periódicos no son racionales	1. No sabe, no responde.	10	1
			2. Cualquier número que se divide entre dos es racional.	7	3
			3. Que un decimal periódico es un número que se repite infinidad de veces.	2	3
			4. Resta, sumas, divisiones.	1	1

	expresar como $\frac{10}{3}$ cualquier número que se exprese como la división entre 2 números es un numero racional, porque es un número periódico.				
FM11	Si ustedes tienen una naranja y la dividen en 4 cascos ¿cierto? En 4 partes iguales, cada casquito viene a ser $\frac{1}{4}$, si se comen los 4 cascos ¿me estoy comiendo cuantos cuartos?... $\frac{4}{4}$ es lo mismo que tener una naranja.	Se estaba dando el ejemplo de una fracción unitaria con una situación cotidiana.	1. No sabe, no responde.	2	1
			2. Que son $\frac{8}{4}$.	8	2
			3. Me estoy comiendo $\frac{4}{16}$.	2	2
			4. Eso es para repartir cantidades.	1	2
			5. Que cada casco valía $\frac{1}{4}$, pero se comieron los 4 cascos, entonces se comieron la naranja completa.	4	5
			6. Se come los 4 cascos, pero si se comiera solo 3 quedaría $\frac{3}{4}$	1	5
			7. Proporciones.	1	3
			8. Estaría haciendo una división para saber.	1	3
FM12	Si yo tengo 3 mitades de naranjas, más 2 mitades de naranjas, pues me da 5 mitades de naranjas, entonces vamos a mirar eso ya rápidamente para finalizar.	Al finalizar el repaso, se hace la introducción a la suma de fracciones, lo cual se hace con el ejemplo de las naranjas. En este caso se empieza a introducir el concepto de suma de fracciones homogéneas (con igual denominador).	1. No sabe, no responde.	10	1
			2. Una naranja y media.	3	2
			3. Tenemos que hacer la operación.	1	2
			4. Si se podría decir que hay 5 mitades es decir 3 naranjas y una mitad.	1	2
			5. Son operaciones y proporciones	3	3
			6. Hay que dividir la operación para llegar al resultado	1	2
			7. Nos explica rápidamente una suma para conseguir un resultado	1	2

Fuente: Elaboración propia

ANEXO 3

A.3.1 Transcripción de audios

Transcripción audio

Docente 1 - Parte1

Título: Administrador Financiero

Investigador: Cristian David Franco Restrepo.

Área: Matemática (Aritmética)

Intensidad Horaria: 4 horas semanales

Docente: ¡Buenos días muchachos! nos ponemos de pie por favor, vamos a orar, vamos a hablar con Dios, un momento, ¡por favor se ponen de pie!, ¡por favor nos colaboran!

Estudiante: Profe mire un profesor, disque a orar, ¡no que pereza!

Docente: Bueno muchachos, entonces por favor me colaboran. En el nombre del padre del hijo del espíritu santo amen. Padre nuestro que estas en el cielo, santificado sea tu nombre, venga a nosotros tu reino, hágase tu voluntad acá en el cielo como en la tierra, danos hoy nuestro pan de cada día, perdona nuestras ofensas como también nosotros perdonamos a los que nos ofenden, no nos dejes caer en la tentación y líbranos del mal. ¡amen!

Estudiante: Repiten la oración

Docente: Bueno bien pueda, sentémonos por favor. En todo su transcurso, ustedes han tenido pues desde la primaria hasta acá, o sea desde el grado primero ustedes han venido viendo ciertos números. ¡Cierto!

Estudiantes: Claro

Docente: Quien recuerda, ¿cuáles son los números que ustedes reconocen?

Estudiante: 1,2,3,4, 5, los números, enteros, los números primos

Docente: Uno por uno

Estudiante: Números enteros, números naturales, pero era uno por uno no todos.

Docente: Pero listo, Francisco entonces números naturales listo ¿Cuáles son los números naturales francisco?

Estudiante: A no profesor, ¡no se!

Docente: Britney, ¿Cuáles son los números naturales amiguita? ¿Leidy cuáles son los números naturales?

Estudiante: Espere yo miro del cuaderno

Docente: ¡Eso!, ¿campeón me recuerda los números naturales, sáquese la cosita de la boca para escucharlo, entonces el 1,2; ¿qué más? ¿hasta qué número llega? del 9 al 0 exactamente desde el 0 al 9 son los números naturales

Estudiantes: No profe, ¡son infinitos!

Docente: ¡Exactamente!, son infinitos y también hemos visto lo que son los números enteros, listo, los números naturales los simbolizamos con la letra $\mathbb{N}$, la 2 son números enteros con la $\mathbb{Z}$ mayúscula, si, listo, entonces ahorita hemos visto lo que son los números naturales, que ya sabemos que llevan desde 0 hasta ∞ y ya, luego en estos días, si miramos en las clases pasadas, miramos los números que dijo francisco, los números enteros los que son números neutros, ¡cierto!, entonces ¿ que se utiliza para los números enteros?

Estudiantes: Para representar el nivel del mar

Docente: Para representar el nivel, temperaturas pues por bajo de 0, descuentos deudas, pero entonces hoy vamos a ver otros números si, que se unen a esos que ya conocemos, los números racionales , listo sí, que son los números racionales, los que representamos para los números naturales, los utilizamos para representar situaciones las cuales tenemos que mirar la relación entre dos entidades, y por ejemplo en física la podemos utilizar para mirar desde cierta distancia recorriendo desde un automóvil desde cierta distancia hasta lo la otra y miramos cual será el tiempo recorrido para dicho, listo, entonces así como los números naturales se pueden representar con letras y los números enteros se pueden representar con letra $\mathbb{Q}$, si $\mathbb{Q}$, ¿entonces $\mathbb{Q}$ es igual entonces? y el será igual $\mathbb{Q}$, entonces teniendo en cuenta que esto, si teniendo en cuenta que, ¡ojo!, pero hay otro no se pasó otro número, que no hemos visto, ¿cuáles son los números que sirven para representar fracciones de cantidades a los números?.

Estudiante: Los números fraccionarios

Docente: Los números fraccionarios, ¡listo¡, si usted también sabe, pero entonces como usted está dedicado a ser otra cosa, ¡listo!, entonces por eso no está concentradito concentrémonos y veras, listo, entonces los números racionales, ¡listo!, entonces son iguales, entonces, a los números fraccionarios, donde los números fraccionarios los podemos representar con la letra a, y, b, a que este el numerador y la b el dominador, ¡sí!

Estudiante: El numerador y el denominador

Docente: Donde a sería el numerador y b el dominador, pertenece a que fue lo que dijimos ahora

Estudiante: El numerador y el denominador

Docente: A los números fraccionarios que sería la $\mathbb{Z}$

Estudiante: Los números fraccionarios, números enteros

Docente: A que pertenece a los números enteros, ¡ojo! , y donde b no es igual a cero, ¡listo!, entonces que me quiere decir eso que yo, listo, que yo los números racionales si puedo sacar números enteros, y viceversa; los números naturales, por ejemplo que, el 2 que es un entero y a la vez un numero natural, lo puedo representar otra vez en una fracción, cierto, si vamos a relacionar cantidades 2 sobre 1, ¡ojo aquí!, este denominador como me decía francisco no puede ser igual a cero, puede entonces, ya no será una fracción listo entonces ya no será fracción listo, entonces 2 sobre 1 me da cuanto 2. 6 sobre 3, 2. 8 sobre 4, 2, listo, entonces da un número entero.

Estudiante: Profe, ¿por qué da 2?

Docente: Porque estamos haciendo las relaciones, estamos dividiendo usted sabe que la razón se divide el numerador por el dominador, listo y que ojo, vuelvo y repito el 2, como dice acá en la definición, la división de los números racionales el 2 es el denominador no es igual a cero, vuelvo y repito los números racionales es igual, entonces racionales a sobre b ¿los números qué?

Estudiante: Naturales, fraccionarios

Docente: Fraccionarios donde a sobre b pertenece a los números enteros y a la vez b no puede ser un número cero, ¡listo¡, eso es más o menos la definición de los números racionales, entonces, ¿les queda entonces claro la definición de que son números racionales?

Estudiantes: Si

Transcripción audio Transcripción audio

Docente 1 (segundo audio)

Título: Administrador financiero

Investigador: Cristian David Franco Restrepo.

Área: Matemática (Aritmética)

Intensidad Horaria: 4 horas semanales

Docente: Bueno muchachos, buenos días.

Estudiantes: ¡Buenos días!

Docente: ¿Cómo están?

Estudiantes: ¡Bien!

Docente: Espero que estén bien y que estén en disposición para escuchar pues la clase. Bueno muchachos resulta que, ustedes ¿están en qué grado?

Estudiantes: Séptimo 1.

Docente: Entonces ustedes desde que han estado desde la primaria en los grados desde primero o desde transición, han venido viendo lo que es matemática, ¿sí o no?

Estudiantes: ¡sí!, desde siempre.

Docente: de las matemáticas, ¿alguien me puede decir qué recuerda?

Estudiantes: ¡yo!, las adiciones.

Docente: ¿Las qué? Uno por uno.

Estudiantes: La división, la suma, la multiplicación, la sustracción, los números enteros.

Docente: Listo, los números enteros. Muy bien, ¿qué más?

Estudiantes: Los logaritmos, las fracciones.

Docente: Las fracciones. Listo ¿Angie?

Estudiante: No ya me lo quitaron.

Docente: Ya le quitaron, pero ¿qué le quitaron?

Estudiante: La palabra.

Docente: ¿Qué iba a decir?

Estudiante: La radicación.

Docente: La radicación. Bueno, eso es lo que hemos visto entonces todas esas operaciones que hemos visto, las hemos hecho ¿con qué números?, ¿qué tipo de números?

Estudiantes: Con 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Docente: ¿Cómo se llaman esos números?

Estudiantes: Los números naturales.

Docente: Exactamente, esos se llaman los números naturales, y con esos números naturales hemos hecho las operaciones que ustedes me acabaron de decir. Entonces recordemos operaciones, suma, las que decía Yurleidy.

Estudiantes: Resta, multiplicación.

Docente: Suma, resta, multiplicación, división, lo que decía por allá, números primos.

Estudiantes: La radicación, números enteros.

Docente: Listo, entonces ya en días atrás nosotros iniciamos a ver lo que dijo acá el compañero juan; miramos lo que fue los números enteros ¿listo? Entonces, ¿quién recuerda qué son los números enteros?

Estudiantes: Sirven para mostrar una deuda o para mostrar un nivel bajo el mar.

Docente: Para representar una deuda o para mostrar niveles bajo el mar, ¿qué más?

Estudiantes: Alturas.

Docente: ¿Qué me significa una altura?, ¿es un número entero qué?

Estudiantes: más.

Docente: Positivo, ¿cierto? La profundidad, que dijo allí Francisco, ¿qué me representa?

Estudiantes: Números enteros pero negativo.

Docente: Negativo. Entonces la deuda que usted me decía.

Estudiantes: La deuda, por ejemplo, números negativos.

Docente: ¡Listo!, y ¿para qué otra cosa utilizamos números enteros?

Estudiantes: Para la temperatura.

Docente: ¡Listo! Para las temperaturas, para hacer los pagos si uno está debiendo. Cuando uno debe, ¿está en qué?

Estudiantes: En menos.

Docente: Usted debe, digamos que deba 20000 pesos y paga los 20000 pesos, ¿en qué queda?

Estudiantes: En 0.

Docente: Queda en 0, queda en la recta numérica en 0 ¿cierto?, queda en el punto de origen, el punto inicial.

Bueno entonces quién me recuerda, ahorita me hablaban de los números enteros, ¿cómo se simbolizan los números enteros? ¿Con qué letra?

Estudiantes: Con la ℕ, con la ℤ.

Docente: Los enteros con la ℤ, listo y ¿los números naturales?

Estudiantes: Con la ℕ.

Docente: Listo con la ℕ.

Estudiantes: Profe ¿dónde quedan los negativos, los números racionales?

Docente: Los números racionales son los que vamos a ver ahorita, el tema de hoy son los números racionales. Entonces, ¿qué serían?, ¿la unión de qué?, de los números naturales con los números enteros ¿sí? Entonces, qué se unen los números positivos y…

Estudiantes: Negativos.

Docente: Y los negativos que nos sirven para representar una relación que existe, por ejemplo, si yo digo que Juan Felipe recorre a una velocidad de 239 Km/h ¿cuánta distancia se recorre?

Estudiantes: Profe 290.

Docente: ¿Cuánta distancia se recorre?

Estudiantes: 469.

Docente: Listo, digamos que se recorre 478, ¿sí? Entonces si nosotros hacemos esa relación, ahí nos están representando, ¿un número qué?

Estudiantes: Entero.

Docente: No.

Estudiantes: Primo.

Docente: Los que dijimos.

Estudiantes: ¿Racionales?

Docente: Racionales, los números racionales entonces los vamos a simbolizar con la letra…

Estudiantes: ℚ.

Docente: ℚ, entonces los números racionales no es más que la relación que existe entre a/b, donde a y b perteneces a los números ¿qué?

Estudiantes: Racionales.

Docente: A los números enteros ¿cierto? Y donde b, ¿qué significa este símbolo "≠".

Estudiantes: Significa "es igual a 0".

Docente: Es igual, pero tiene una rayita por la mitad.

Estudiantes: Significa "no es igual".

Docente: Exactamente, entonces igualdad es este "=", pero con la rayita "≠", ¿quiere decir?

Estudiantes: Desigualdad, que no es igual.

Docente: Muy bien, ahora esto ∈ ¿qué es?

Estudiantes: La e.

Docente: Pero ¿qué representa?

Estudiantes: Pertenece y no pertenece.

Docente: Pertenencia y no pertenencia, y si le coloco la rayita, ¿qué quiere decir?

Estudiantes: No pertenencia.

Docente: Aquí tenemos ya resumido, que son entonces los números racionales. Los números racionales tienen una relación de a/b que "a" me representa ¿qué?

Estudiantes: Los números enteros.

Docente: Una relación de un número entero que en este caso sería un número fraccionario, los números fraccionarios nos sirven para relacionar, pero entonces, ¿qué puede ser, cualquier qué?

Estudiantes: Número.

Docente: Cualquier número y b también otro número, pero como b es el que divide, es el que hace la relación.

Estudiantes: El denominador.

Docente: Es el que se conoce en la fracción como el denominador, entonces tenemos que la relación entre a y b, donde a y b son números enteros, ¿pueden ser qué?

Estudiantes: Positivos y negativos.

Docente: Si, entonces las relaciones que nosotros hacemos pueden ser positivas y negativas, entonces una relación que podemos hacer puede ser la siguiente: tenemos 24 naranjas.

Estudiantes: Y le quitan 8, ¿cuántas quedan?

Docente: No, tenemos 24 naranjas y de esas 24, digamos que Yurleidy vino con hambre y dice comámonos 12.

Estudiantes: Entonces eso es un racional.

Docente: No, la relación; las 12 naranjas son las que se come Yurleidy y las otras son las que están sobrando entonces decimos $\frac{12}{24}$ es una relación, ¿de cuánto?

Estudiantes: 12.

Docente: ¿De 12? ¿Cuánto es $\frac{12}{24}$?

Estudiantes: Serían 36 profe.

Docente: Entonces, esa relación $\frac{12}{24}$ ustedes ¿la podrían hacer? o ¿sería lo contrario?

Estudiantes: Sí, al revés 12 abajo y 24 arriba.

Docente: Listo, entonces sería $\frac{12}{24}$entonces de 24 a 12 hay una relación, ¿de cuánto?

Estudiantes: De 2.

Docente: Listo, entonces si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción representa esa parte del pastel?

Estudiantes: División.

Docente: ¿Cómo representaríamos esa relación en fraccionario?

Estudiantes: $\frac{8}{1}$.

Docente: ¿Sería $\frac{8}{1}$?

Estudiantes: $\frac{1}{8}$.

Docente: Eso, sería $\frac{1}{8}$. Bueno listo, entonces acá está la relación de 1 pastel que lo estamos dividiendo entre ¿cuánto?

Estudiantes: Entre 8.

Docente: Bueno miremos otro tipo de relación, otro número racional. Digamos que un automóvil recorre 119 Km en 2 horas, ¿cuál sería su velocidad?

Entonces, ¿cuánto recorre? 129 Km, ¿en cuántas horas?

Estudiantes: En 1.

Docente: En 2 horas, es una relación. Bueno entonces ahoritica vamos a hacer unos ejercicios donde yo les voy a colocar los enunciados y ustedes me van a decir cómo queda la relación, ¿listo?

Estudiantes: Si señor.

Docente: Ahorita vamos a ver unas situaciones donde vamos a identificar cuál es la relación o cuál es el número racional que tenemos ¿listo?

Bueno resulta que aquí tenemos una figura…

Estudiantes: Geométrica

Docente: La cual está dividida, ¿por cuántos cuadritos?

Estudiantes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9… Por 14 profe.

Docente: Listo 14, tenemos la figura dividida por 14 cuadritos. Si yo pregunto, ¿qué número racional re presenta la parte de color azul?, ¿quién me dice?

Estudiantes: 8 profe.

Docente: Pero ¿cómo queda la relación, Juan Manuel?

Estudiantes: $\frac{8}{5}, \frac{8}{14}$.

Docente: $\frac{8}{14}$ ¿están de acuerdo con lo que dice Luisa?, ¿quién dice lo contrario?

Estudiantes: Lo mismo, lo que está diciendo ella.

Docente: Listo, entonces vamos a contar cuántos son los cuadritos que están de azul. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8; entonces serían 8 sobre…

Estudiantes: $\frac{8}{6}$ profe.

Docente: $\frac{8}{14}$, porque estamos reflejando las 8 que hay dentro de esas 14 que están divididas.

Bueno seguimos, la segunda pregunta dice lo siguiente: Qué fracción de toda la figura corresponde a la región a.

Estudiantes: La 4.

Docente: ¿cómo así que la 4?, ¿qué número racional, qué fracción?

Estudiantes: El 12, el 4.

Docente: Bueno no adivinen, miren bien y responden.

Estudiantes: $\frac{6}{14}$.

Docente: ¿$\frac{6}{14}$?

Estudiantes: Sí profe.

Docente: Ojo, la región a, solo donde está la a.

Estudiantes: Profe 3.

Docente: pero ¿qué fracción? Resulta que, si en la región hay un solo cuadrito, ¿qué fracción es?

Estudiantes: $\frac{1}{14}$.

Docente: Eso, $\frac{1}{14}$ ¿cierto?, ¿Y la región b?

Estudiantes: Es que usted me puede explicar un poquito más despacio porque yo no le entiendo.

Docente: Estamos mirando…

Estudiantes: Como lo hicimos arriba, $\frac{8}{14}$.

Docente: Estamos mirando la relación que existe aquí, ¿sí?, el número racional. Resulta que entonces en los números fraccionarios, las partes que toman se llaman, ¿cómo?

Estudiantes: Numerador.

Docente: Sí, y las que divide ¿cómo se llama?

Estudiantes: Denominador.

Docente: Denominador, listo. Entonces retomemos otra vez, en los números racionales las partes que se colorean se llaman numerador y en las que se divide se llama denominador. Dijimos que aquí en esta relación, esta figura que estamos mostrando aquí se está dividiendo, ¿en cuánto?

Estudiantes: En 8.

Docente: La figura completa, en 14. Luego con base en esta figura nosotros estamos sacando la relación que existe con las variables que están ahí, una de las variables que están ahí dice que número racional representa la parte de color azul.

Para Johan que me dijo que no había entendido, ¿cuántos cuadritos de color azul existen en esa figura?

Estudiantes: 8.

Docente: 8, entonces como tenemos coloreado y estamos tomando 8, ¿8 van cómo?

Estudiantes: 8 arriba y 6 abajo.

Docente: 8 arriba y 6 abajo, que es en el que se está dividiendo la unidad. Entonces decimos 8 es a 14, ¿listo? Bueno entonces ahorita la última fracción: ¿qué fracción de toda la figura corresponde a la región b?

Estudiantes: $\frac{2}{14}$.

Docente: 2 es a 14 o $\frac{2}{14}$. Bueno ahorita vamos a mirar las siguientes relaciones que están allí, decimos entonces que ahí hay. ¿Una qué?

Estudiantes: Una manzana.

Docente: Estamos representando una manzana, ¿qué relación existe en la división de esa manzana?

Estudiantes: $\frac{2}{1}$.

Docente: ¿Cómo?

Estudiantes: $\frac{1}{2}$.

Docente: Entonces, al amiguito Torres le pregunto, ¿en cuántas partes se divide esa manzana?

Estudiantes: En 2.

Docente: En 2, entonces cuando en una fracción, cuando en un número racional dividimos, la parte que divide esa fracción lo colocamos abajo, sería el número "b" de la fórmula que estamos trabajando.

Seguimos con María Camila que todavía tiene la duda. Entonces como se dividió la figura en 2. ¿En qué parte va el 2?

Estudiantes: Arriba.

Docente: Entonces, ¿cuál letra me está representando? Ahorita que miramos la definición de que eran números racionales, ¿qué me estaría representando?

Estudiantes: Profe la a.

Docente: Es la b, y los que se toman, ¿Cuál me está representando?

Estudiantes: La a.

Docente: La a, ¡sí! Bueno entonces le voy a preguntar a Camila a ver si todavía tiene la duda. Camila represénteme la relación que hay aquí en esta figura.

Estudiantes: Profe $\frac{2}{5}$.

Docente: ¡Camila!, ¿Cuántas Camilas hay acá?

Estudiantes: $\frac{2}{5}$.

Docente: Entonces ella dice que es $\frac{2}{5}$ ¿por qué Camila?

Camila usted me dijo ahora la relación que era.

Bueno listo continuemos, María Camila mire estamos mirando que esa figura de ese banano que estamos representando aquí, esa fracción que estamos haciendo, vemos que ese banano lo estamos dividiendo para 5 personas, ¿cierto? Pero esas 5 personas, hasta el momento 2 de ellas han podido disfrutar de ese banano; entonces por eso le pregunto, ¿qué relación existe allí?

Estudiantes: Es que Camila no ha podido disfrutar porque ella no ha entendido.

Docente: Por eso, pero entonces Yurleidy dígale usted el porqué, ya que usted ya entendió y como buena compañerita le va a colaborar a su compañera respondiéndole.

Estudiantes: Profe es que ella tiene que aprender y mire que yo no tengo paciencia para explicar.

Docente: No, pero yo le estoy diciendo cual es la razón. Bueno Karen desde su puesto.

Estudiantes: La figura se divide y las partes de usted colorea, las cuenta y van arriba y el número de partes usted lo pone abajo y ya.

Docente: Bueno, ¿están de acuerdo con esa argumentación que dio Karen?

Estudiantes: Sí.

Docente: Camila, entonces siga con esta otra: tenemos la figura de una pizza, ¿en cuántas partes se está dividiendo esa rica y deliciosa pizza?

Estudiantes: En 8.

Docente: ¿En 8? Vamos a ver, contamos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, listo, entonces en esa relación. El 8 ¿Qué letra me representa?

Estudiantes: ¿Cómo así profe?

Docente: Cuando estábamos hablando de los números racionales dijimos que los números racionales eran igual a lo siguiente: los números racionales es igual a a/b donde a y b $\in$ a los enteros, pero b es $\neq 0$ porque en una fracción no puede haber un denominador 0.

Bueno Camila por eso le estoy preguntando, las 8 partes en que se divide la pizza, me representan qué letra de las que están allá, según la definición.

Estudiantes: La a.

Docente: ¿La letra qué? ¿La "a"?

Estudiantes: La b. La b porque significa el denominador.

Docente: Listo ahí está, la b porque representa la parte en que se divide esa unidad completa. Cuando la dividimos entonces, las partes que se dividen me representan la letra b y luego las que se toman, en este caso las que se colorean me representan la letra a, ¿cierto? Entonces según eso, díganme ¿Qué relación hay ahí?, ¿Qué número va donde está la a?

Estudiantes: El 3.

Docente: Sí, el 3 y la b, 8. Entonces seria 3 es a 8, se están tomando 3 de 8.

Bueno entonces aquí culminamos con este ejercicio, donde ya miramos como relacionamos, como ubicamos los números racionales. Entonces, ¿qué son los números racionales? La relación entre canti…

Estudiantes: Numerador y denominador.

Docente: Cantidades, la relación entre cantidades, donde involucramos los números naturales y los números enteros. ¡Ojo! Una cosa importante, donde nosotros con los números enteros podemos sacar racionales y de los racionales podemos sacar enteros, así recíprocamente.

Transcripción audio

Docente 2

Título: Ingeniero Eléctrico.

Investigador: Cristian David Franco Restrepo.

Área: Matemática (Aritmética)

Intensidad Horaria: 4 horas semanales

Docente: Bueno, en la clase pasada lo que vieron por la tarde, si recuerdan trabajamos fue el conjunto de los números enteros, ¿cierto? Y decíamos que los números enteros eran todos aquellos números que eran los positivos y los negativos, pero todos eran enteros, ¿Qué significa enteros?, que van de unidad en unidad y decíamos que entre esos números enteros habían, si los mirábamos en la recta numérica, habían infinitos números en la mitad de ellos, que decíamos que si yo tenía la recta numérica acá y yo por aquí tengo el 0, por aquí tengo el 1, por aquí tengo el 2 y así sucesivamente, hagamos también una unidad negativa acá ¿sí?, decíamos que entre esos números también hay infinitos números, entre 0 y 1 hay infinitos números, entre 1 y 2 hay infinitos números todos los que ustedes quieran, entonces los números no solamente son los números así que sabemos, si no que entre esos números están los números decimales, los números fraccionarios ¿cierto? Los números que tenemos cuando le sacamos raíz cuadrada a un número también nos da números decimales, entonces esos números son los que están en la mitad de estos números de acá.

Entonces los números enteros son aquellos que son de unidad en unidad y hoy vamos a trabajar los números racionales y vamos a ver que los números racionales son números que están en la mitad de estos números pero también incluyen estos números enteros, es decir, los números racionales incluyen los números enteros pero también incluyen los números que están en la mitad de estos números, y ¿cuál es la particularidad de los números racionales?, que pueden ser expresados como la división entre 2 números, o sea como el fraccionario entre dos números, es decir, yo tengo por ejemplo $\frac{3}{2}$, tres medios, es un numero fraccionario, pero también es un numero racional, resulta que este tres medios yo lo puedo expresar así $\frac{3}{2}$ como fraccionario pero también lo puedo expresar como numero decimal, $\frac{3}{2}$ es lo mismo que tener $3 \div 2$ y si ustedes dividen 3 entre 2, ¿Cuánto nos da $3 \div 2$?, sin utilizar calculadora.

Estudiantes: 1.5.

Docente: 1.5 ¿cierto?, ¿por qué? Si yo tengo 3 unidades, 3 cosas y las voy a dividir entre 2 entonces nos da 1.5. ¿Ustedes recuerdan cómo podemos representar esto gráficamente? $\frac{3}{2}$ es lo mismo que tener, si yo hago aquí por ejemplo gráficamente, supongamos que esto es una galleta Capri, aquí tengo una galleta, si yo divido la galleta en 2 partes iguales, cada partecita es, ¿qué?

Estudiantes: Una mitad.

Docente: La mitad, ¿cierto?, recuerden que la mitad en lo mismo que tener 1/2, esto es 1/2 y aquí tengo otro 1/2 o sea que, ¿Cuántos 1/2 tengo acá?

Estudiantes: 2.

Docente: $\frac{2}{2}$, pero si yo quiero $\frac{3}{2}$, ¿Qué tengo que hacer?, coger otra galleta, dividirla entre 2 y comerme la mitad de esa otra galleta, ya aquí sí, ¿cuento cuántos medios? 3/2, aquí tengo otro $\frac{1}{2}$ y yo sumo $\frac{2}{2}+\frac{1}{2}$, esto es igual a $\frac{3}{2}$ y $\frac{3}{2}$ es igual a 1.5 ¿ por qué 1.5? porque esto es 1, $\frac{2}{2}$ es lo mismo que tener 1 porque mire que $\frac{2}{2}$ es una galleta, esto puede ser una galleta, una naranja, cualquier cosa, una unidad divida en 2 partes iguales, si yo me como las 2 unidades, las dos partecitas perdón, pues me estoy comiendo 1 unidad entera. Si Ustedes tienen una naranja y la dividen en 4 cascos ¿cierto? En 4 partes iguales, cada casquito viene a ser $\frac{1}{4}$, si yo comen los 4 cascos, ¿me estoy comiendo cuantos cuartos?

Estudiantes: Cuatro cuartos.

Docente: $\frac{4}{4}$ es lo mismo que tener una naranja, entonces los números racionales si los vamos a mirar en la recta numérica funcionan lo mismo, si yo voy a graficar en la recta numérica por ejemplo el número $\frac{3}{2}$, entonces si yo aquí tengo el 0, esto lo tomamos como 1 unidad, las unidades las tomamos como las distancias que hay entre número entero y número entero, entonces este es el 0 y este es el 1, si yo voy a graficar $\frac{3}{2}$, entonces que me dice a mi este 2, que cada unidad la divido, ¿en cuántas partes iguales?

Estudiantes: En 2.

Docente: En 2 ¿cierto?, entonces esta unidad la voy a dividir en 2 partes iguales, si yo pongo una rayita en la mitad pues voy a dividir la unidad en 2 partes iguales, $\frac{1}{2}$ y otro $\frac{1}{2}$ y si yo divido la otra unidad también en 2 partes iguales, entonces aquí tengo, si yo empiezo a contar desde el 0, entonces aquí está el 0, entonces, ¿aquí seria cuántos medios?

Estudiantes: 1.

Docente: Que es lo mismo que 0.5, $\frac{1}{2}$ y 0.5 es exactamente igual, es lo mismo, lo que pasa es que aquí esta expresado en fraccionario y aquí esta expresado en número decimal, aquí tendría $\frac{1}{2}$, aquí en 1, ¿cuantos medios hay?

Estudiantes: 1.

Docente: 2 medios, miren que $\frac{2}{2}$ es lo mismo que tener 1 ¿por qué?, 2÷2, ¿cuánto me da?

Estudiantes: 1.

Docente: 1, entonces aquí hay otra clave muy importante, cuando yo tengo una fracción donde el numerador y el denominador son iguales, decimos que son fracciones unitarias ¿Por qué son unitarias? porque estas fracciones son iguales a 1. Entonces aquí tengo $\frac{2}{2}$ y aquí seria el otro, $\frac{3}{2}$, ¿aquí qué seguiría?, ¿en 2 unidades cuantos medios tengo?

Estudiantes: $\frac{4}{2}$.

Docente: $\frac{4}{2}$ ¿cierto?, supongan ustedes la misma galleta, las 2 unidades, aquí si yo me como los $\frac{4}{2}$ me estoy comiendo 2 unidades. Entonces los fraccionarios vienen de ahí y ¿Qué estamos diciendo? Que los números racionales son todos los números, incluyendo también los números enteros, pero son todos los números que están en la mitad de estos números también enteros, todo este conjunto es el conjunto de los números racionales y los números racionales siempre tienen la particularidad de que se tienen que expresar como la división entre 2 números.

Resulta que hay unos números que no son racionales, por ejemplo, ustedes sacan una raíz cuadrada de 4, ¿$\sqrt{4}$ cuánto es?

Estudiantes: 2.

Docente: 2 pero para ser más exactos, yo puedo decir que $\sqrt{4}$ puede ser 2 o, les voy a poner esto y ustedes me van a decir si es correcto, ¿también puede ser -2? ¿Qué creen?

Estudiantes: Sí, porque sería positivo o negativo.

Docente: Recuerden que, ¿Cuál es la operación inversa de la raíz cuadrada?, la potenciación, los que quedaron perdidos ahí se van a dar cuenta de lo siguiente. Si ustedes tienen el 2 y lo elevan al cuadrado, 2^2 es lo mismo que tener $2x2$, es decir multiplicar el 2 dos veces, no es que signifique este 2 por este 2, no, es este 2 multiplicado 2 veces que es lo que dice aquí este exponente, esa es una confusión que a veces tenemos muchísimo ¿cierto? $2x2$ es igual a 4, pero si yo tengo en cambio de 2, tengo el -2 este es un número negativo, un número entero pero este - 2 es diferente de 2, porque este 2 esta acá en la recta numérica y este -2 está por acá entonces mire que son números muy distintos. $(-2)^2$ ¿cuánto da?

Estudiantes: -4

Docente: ¿Será -4?, $(-2)^2$ es, lo que esta acá lo voy a multiplicar 2 veces por sí mismo, $(-2)x(-2)$ es 4 positivo

Estudiantes: Porque menos por menos da más

Docente: Entonces como la radicación, esto es radicación: √. Entonces $\sqrt{4}$ puede ser 2 positivo o también $\sqrt{4}$ puede ser -2. Lo que pasa es que cuando ustedes vieron en sexto, en toda la primaria ustedes casi no vieron números negativos y a ustedes les enseñaron que la raíz cuadrada siempre era, $\sqrt{4}$ era 2, pero cuando uno empieza a ver los números naturales, empiezan a uno a ver esto bien, uno ya sabe que en realidad puede ser 2 o -2 en este caso. Pero resulta que hay números que no tienen raíz exacta, por ejemplo:$\sqrt{3}$, recuerden que sacar una raíz cuadrada es buscar un número que multiplicado por sí mismo me de ese número. ¿Qué número multiplicado por sí mismo me da 3? No es 1 ¿cierto? Porque $1x1$ me da 1.

Estudiantes: Entonces 2.

Docente: Pero $2x2$ ¿Cuánto me da?

Estudiantes: 4.

Docente: Entonces mire que se pasa. Entonces $\sqrt{3}$va a ser un número que este entre, ¿qué?

Estudiantes: el 2 y el 3

Docente: Entre el 2 y el 1 o sea $\sqrt{3}$ es un número que esta entre 1 y 2, pero ese número, es un numero inexacto, si ustedes tienen una calculadora y le ponen $\sqrt{3}$ van a ver que eso les da 1 y un poco de decimales y esos decimales no son periódicos, es decir que son números que no se repiten, son números aleatorios, entonces decimos que ese es un número irracional ¿Por qué? Porque $\sqrt{3}$ no hay forma de que me dé un número exacto, porque hay decimales exactos, por ejemplo, si ustedes miran acá, 3÷2 es 1.5 exacto o sea después de este número no hay nada más. En cambio, hay números que cuando uno los expresa así de esta forma son números irracionales y no están dentro de este conjunto de los racionales. Entonces ¿Cuál es la condición para que un número sea racional? De que yo lo pueda expresar como la división entre 2 números, es decir que si yo tengo, por ejemplo $-\frac{10}{3}$, este ¿será un número racional? Sí, esto es un número fraccionario, cualquier numero fraccionario que este expresado así es un numero racional, si yo este número fraccionario lo puedo expresar como decimal, entonces cuanto me daría el 10÷3

Estudiantes: 7.

Docente: Hagamos este procedimiento, primero sabemos que como es -10 ÷ 3 es un número negativo, pero entonces vamos a ver, el 3 en el 10 está cuantas veces, esto ya lo vimos

Estudiantes: 3.

Docente: Pero recordemos, $3x3$ es 9, a 10, 1. Si ustedes recuerdan nosotros alcanzamos a ver esto cuándo vimos divisiones. 10÷3 da 3 y sobra 1 pero si yo quiero ser exacto con la división pues yo puedo decir, le voy a poner una coma acá, y como le coloco una coma acá, le agrego un 0 a este residuo y entonces sigo haciendo la división, el 3 en el 10 esto queda como 10, el 3 en el 10 esta, ¿Cuántas veces?

Estudiantes: 3.

Docente: 3 veces, $3x3$, 9 a 10, 1, le puedo agregar otro 0 y el 10 en el 3 está cuanta vez, 3 veces, $3x3$, 9, a 10 1, le puedo agregar otro 0. Entonces miren lo que sucede ahí, observen, ¿alguien trajo calculadora? Dividan 10÷3 en la calculadora, ¿Cuánto le da?, eso da 3,333… resulta que este es un numero decimal periódico, porque mire que el número 3 se empieza a repetir indefinidamente, o sea que este es un numero decimal periódico pero que se repite infinitamente el 3. Este es un número racional, es racional porque igual yo lo puedo expresar como 10/3 cualquier número que se exprese como la división entre 2 números es un número racional, porque es un número periódico, pero en cambio si usted saca la raíz de 3 ahí en la calculadora, ¿Cuánto da $\sqrt{3}$ en la calculadora?

Estudiantes: 3 no tiene raíz.

Docente: Si tiene raíz, pero es un número inexacto, o sea en un número decimal inexacto, la raíz de 3 es 1.73, ¿qué? Dícteme todos los números que le aparecen ahí.

Estudiantes: 1.732050808.

Docente: Miren que estos números no tienen una lógica y son números que no son periódicos, o sea cuando yo hablo de algo periódico, es algo que se repite, pero aquí en este caso, $\sqrt{3}$ es un número que no es periódico, como este número no es periódico, no hay forma de expresarlo como la división entre 2 números y entonces por eso este número no es racional pero este número $\frac{10}{3}$ si es racional porque lo puedo expresar como $\frac{10}{3}$. Entonces, ¿ya más o menos están entendiendo que es un número racional?, un número racional es todo aquel número que puedo expresar como la división entre 2 números. Si yo tengo $\frac{10}{5}$, es un número racional, porque es un número fraccionario, ¿Cuánto me da $\frac{10}{5}$?

Estudiantes: 2.

Docente: es 2, o sea que este 2 también es un numero racional, aquí en este caso este número fraccionario es igual a 2, entonces si ustedes por ejemplo en alguna operación le aparece $(\frac{10}{5}) + 8 - 3$ usted divinamente puede convertir este $\frac{10}{5}$ por un 2 y hacer la operación $2 + 8 = 10$ y $10 - 3 = 7$, sin necesidad de complicarse haciendo operaciones con esto, cuando son fracciones que dan exactas, como en este caso. Otro número fraccionario que sea exacto, por ejemplo, ¿Cuál puede ser?

Estudiantes: $\frac{4}{4}$

Docente: $\frac{4}{4}$ es lo mismo que tener 1, porque 4 ÷4=1, esto es una fracción unitaria. Entonces como vemos que acá hay números infinitos, si yo les digo ubiquemos $\frac{10}{3}$, $\frac{10}{3}$ es más o menos en donde acá en la recta numérica. $\frac{10}{3}$ aquí no cabe, habría que hacer una recta numérica más grande para hacer un ejercicio de ir ubicando los números racionales en la recta numérica, para que empecemos a mirar la lógica de los números, entonces miremos acá, digamos que por acá esta el -2,-1,1. ¿Ustedes que ven acá, que estoy haciendo?

Estudiantes: La recta numérica.

Docente: ¿Cómo estoy escalando?

Estudiantes: de 1 en 1. De menor a mayor.

Docente: Miren que estoy contando, y lo digo porque a veces algunos estudiantes cuando van a hacer el plano cartesiano hacen la distancia entre 0 y 1 la hacen más grande que entre 1 y 2 y miren que la distancia entre los números enteros siempre es igual, y eso es algo fundamental. Yo aquí la deje de 4 cuadritos en el tablero, pero si alguien las puede hacer más pequeñas pues las hace todas igual.

Estudiantes: Pero si uno hace unas de 2 otras de 3, ¿no se puede?

Docente: No, ahí es donde no se puede y eso está incorrecto, la distancia siempre tiene que ser la misma entre números enteros, bueno ahorita si tenemos los números enteros en la recta numérica, recuerden estos números enteros son números racionales, porque todos los números enteros se pueden expresar como la división de 2 números, por ejemplo el 5 puede ser $\frac{10}{2}$, el 4 puede ser $\frac{12}{3}$,ya que 12÷3 es igual a 4, y 4 lo puedo expresar también como $\frac{8}{2}$ ¿Cuánto da 8 ÷ 2?

Estudiantes: 4.

Docente: O el 4 también lo puedo expresar como $\frac{4}{1}$ porque 4÷1 da 4, entonces miren que todos los números enteros se pueden expresar como la división entre 2 números, por eso decimos que son números racionales ¿sí o no? Ahora vamos a mirar entonces, si yo a ustedes les pregunto, $\frac{10}{3}$, ¿Cómo lo graficaríamos en la recta numérica? Entonces miren, muy sencillo, el 0 lo voy a escribir con otro colorcito porque es el punto de referencia, observen acá $\frac{10}{3}$, nos vamos a imaginar que cada unidad la vamos a dividir en ¿Cuántas partes iguales?, en 3, siempre le número de abajo. El denominador me indica en cuantas partes iguales divido cada unidad, entonces cada unidad la voy a dividir en 3 partes, entonces más o menos ahí está divida esa unidad en 3 partecitas, recuerden que cuando hablo de 3 partes hago referencia a 3 distancias no a 3 rayitas, ya que ese es un error que cometemos mucho, ahí está esta unidad divida en 3 partes iguales ¿si está claro eso?

Estudiantes: Sí.

Docente: Entonces, ¿cuántos tercios tengo en unidad?

Estudiantes: 3.

Docente: 3, miren ustedes cuenta, aquí hay un tercio, de acá a acá hay otro tercio y hasta acá hay otro tercio, entonces hay 3 tercios, vamos en 3 y necesitamos ¿Cuántos tercios?

Estudiantes: 10.

Docente: 10, entonces tenemos que abarcar los otros tercios en las otras unidades, ¿acá van cuantos tercios?

Estudiantes: 10.

Docente: Entonces mire, ¿dónde está el $\frac{10}{3}$?, ahí está el $\frac{10}{3}$, este puntico de acá es $\frac{10}{3}$ porque uno siempre empieza contando con la referencia de 0.

Estudiantes: ¿Por qué no se puede empezar desde -1?

Docente: No, porque el 0 es el que me da la referencia, entre 0 y 1 hay $\frac{3}{3}$, entre 1 y 2 hay otros $\frac{3}{3}$, $\frac{3}{3}+\frac{3}{3}$ son $\frac{6}{3}$, miren que $\frac{6}{3}$ es lo mismo que tener 2, 6÷3 ¿Cuánto me da?

Estudiantes: 3.

Docente: Miren que es lo mismo si yo aquí pongo $\frac{6}{3}$ es lo mismo que tener 2, y miren 10/3 nos da acá, cuando nosotros hicimos ahorita la división, decíamos que $\frac{10}{3}$ era igual a 3,3333 ¿cierto?, entonces miren que aproximadamente si da ese número decimal, $\frac{10}{3}$ es lo mismo que tener 3,3, uno lo aproxima a 3,33. Entre más decimales uno le ponga, más exacto viene a ser como el número. Por ejemplo, otro número, $\frac{5}{2}$ ¿dónde iría aproximadamente $\frac{5}{2}$ en esta recta numérica? Entonces, ¿qué me está diciendo este 2?, que divido cada unidad en 2 partes iguales, entonces vamos a coger la misma unidad, la primera unidad. Hagamos esto $-\frac{5}{2}$, si es $-\frac{5}{2}$, tenemos que empezar. ¿Hacia dónde?, hacia la izquierda, entonces $-\frac{5}{2}$, vamos a dividir esto en 2 partes iguales, aquí ya la dividí en 2 partes, entonces aquí tenemos $\frac{3}{2}-\frac{4}{2}$ y si continuamos acá tendríamos el $-\frac{5}{2}$ acá, y si yo a ustedes les digo, el $-\frac{5}{2}$ en decimales es igual a que. ¿Cuánto da 5÷2?, cuando yo les califico a ustedes un examen y realizaron la mitad del examen, ¿Cuándo sacan?

Estudiantes: 2.5.

Docente: 2.5, porque es la nota del total, 5, divido 2, es lo mismo que tener -2.5, menos porque es negativo el número, entonces $-\frac{5}{2}$ es lo mismo que 2.5, ¿en número qué?

Estudiantes: Decimal.

Docente: En número decimal, ¿si vamos claros ahí? Es muy sencillo, si a ustedes les digo $\frac{4}{4}$, ¿dónde estaría ubicado $\frac{4}{4}$ en esta recta numérica?

Estudiantes: En el 4.

En el 0,

En el 1, porque 4÷4 es 1.

Docente: Excelente Jacobo. Miren que $\frac{4}{4}$ es dividir la unidad en 4 partes iguales, ¿ahí está divida en 4 partes iguales?

Estudiantes: Si, pero contando con la del 0, ¿no?

Docente: O sea, recuerde que se cuentan son las distancias, miren de acá a acá hay un cuarto, de acá a acá hay otro cuarto, de acá a acá hay otro cuarto y de acá a acá otro cuarto, son 4 distancias pequeñitas, solo que esta unidad esta unidad está dividida en 4 partes iguales, entonces esto es $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$. Entonces les pregunto, $\frac{6}{4}$, ¿Dónde iría $\frac{6}{4}$?

Estudiantes: En el 2

Docente: ¿En el 2?

Estudiantes: No profe, en el 1.5

Docente: O sea, $\frac{6}{4}$ iría exactamente acá, ¿si saben por qué?, analícenla los que de pronto no la han entendido. Porque es, hasta acá vamos $\frac{4}{4}$, aquí seria $\frac{5}{4}$, aquí seria $\frac{6}{4}$, aquí seria $\frac{7}{4}$ y aquí seria $\frac{8}{4}$, venga y una pregunta, ¿entonces que paso ahí, será qué $\frac{6}{3}$, 2 y el $\frac{8}{4}$ es lo mismo?

Estudiantes: Sí.

Docente: Miren que estamos ubicando el $\frac{6}{3}$ y dijimos que coincidía en 2 igual que el $\frac{8}{4}$.

Estudiantes: Eso es lo mismo profe, 6÷3 da 2 y 8÷4 da 2.

Docente: Entonces, ¿podemos igualar esto?, esos tres números, ¿sí o no? O sea que estamos diciendo, en otras palabras, que, si yo tengo, por ejemplo, unas galletas y yo me como $\frac{6}{3}$ de galleta, es lo mismo que si me comiera $\frac{8}{4}$ de galleta, o es lo mismo que si me estoy comiendo 2 galletas.

Ustedes tienen que abrir la mentalidad, estamos muy cerrados en la parte de los fraccionarios, porque resulta que las fracciones se pueden expresar de múltiples formas y muchas fracciones están expresando en realidad la misma cantidad, esto lo denominamos fracciones equivalentes, que son aquellas que en cantidad expresan lo mismo, si yo hablo que por ejemplo en este grupo, estamos diciendo que las 3 cuartas partes de este salón no vienen al refuerzo por la tarde, ¿Qué quiere decir eso? Supongamos que este cuadrado es el grupo, y estamos diciendo que las 3 cuartas partes no vienen, entonces lo vamos a dividir en 4 y de estas 4 partes solamente viene 1 cuarta parte. Redondeemos esto para que quede más fácil, si en el grupo son 40 estudiantes entonces, ¿cuántos vinieron hoy?

Estudiantes: 14.

Docente: Si todo el grupo son 40 estudiantes y solamente vinieron una cuarta parte, ¿Cuánto es la cuarta parte de 40?

Estudiantes: 10.

Docente: O sea, aquí hay 10 estudiantes, la cuarta parte son 10 estudiantes.

Estudiantes: Pero ahí si ya no sé cómo es la división, ya es dura.

Docente: No, eso es muy sencillo, ya lo vamos a mirar.

Estudiantes: Vea, 1÷4 ¿cuánto es?, ya es re duro.

Docente: No, es que 1÷4 es 0.25, pero no hay necesidad de hacer el 1÷4, simplemente usted dice $40x\frac{1}{4}$. Si yo le voy a sacar la cuarta parte a un número simplemente es multiplicar por $\frac{1}{4}$ y multiplicar por $\frac{1}{4}$ en realidad es dividir el número entre 4, porque $40x1$ me da 40 y 40 ÷ 4 me da 10, o sea si aquí hay 10 estudiantes, aquí hay otros 10, aquí hay otros 10 y aquí hay otros 10, miren 10+10+10+10, ¿cuánto me da?

Estudiantes: 40.

Docente: Quiere decir que las 3 cuartas partes, ¿a cuántos estudiantes equivalen?

Estudiantes: 30 estudiantes.

Docente: 30 estudiantes, 10, 20, 30. Si yo a ustedes les digo, hoy vinieron 15, ¿Cuál es la proporción ahí, ¿cómo se expresaría eso como una fracción? Son 40 estudiantes en total y vinieron 15, ¿Cómo se expresa eso? Hagámoslo gráficamente.

Bueno, vamos a mirar, este cuadrado es el grupo, aquí hay 40 estudiantes, vinieron 15, entonces vamos a dividir el grupo en 40 cuadritos, y cada cuadrito es el que ocupa cada estudiante. Entonces dividimos el cuadrado en 40 cuadritos y vamos a suponer que todas las partecitas son iguales, cada rectángulo que hay acá es el ocupado por cada estudiante y de todos estos estudiantes que hay acá solo vinieron ustedes que son 15, entonces vamos a señalar 15, ¿cómo expresaríamos eso en fraccionario?

Estudiantes: $\frac{35}{15}$.

Docente: Entonces es muy sencillo, el número del denominador que es el número de abajo, indica en cuantas partes iguales está dividida la unidad, ¿en cuántas partes iguales está dividida la unidad?

Estudiantes: 40.

Docente: 40, entonces lo pongo abajo y el número de arriba indica los que estoy tomando.

Estudiantes: Sería 15.

Docente: ¿cuánto daría? Observen lo siguiente, yo a ustedes les pregunto $\frac{15}{40}$, las $\frac{15}{40}$ partes de este salón vinieron hoy a refuerzo, entonces en fraccionario, ¿cuántos fueron los que no vinieron?

Estudiantes: $\frac{25}{15}$.

Docente: No, sería $\frac{25}{40}$ que son los que no están señalados y son los que no vinieron. En forma de proporción, no vinieron 25 de 40 y vinieron 15 de 40 estudiantes.

Entonces los fraccionarios a mí me sirven para representar también proporciones, cuando uno dice 20 de cada 100 personas tienen los ojos verdes, entonces estamos diciendo que, de 100 personas, solo 20 tienen los ojos verdes, ¿cómo se expresa 20 de cada 100 en fraccionario?

Estudiantes: $\frac{20}{100}$.

Docente: Sí, es como si cogiéramos un cuadrado y dividiéramos en 100 partes iguales y agrupamos 20 y quiere decir que los otros 80 son personas que tienen un color diferente.

Esto es muy importante porque cuando empecemos a ver porcentajes, ¿Qué son en realidad los porcentajes?, es comparar magnitudes con respecto al todo y el todo, siempre lo tomamos como 100, entonces cuando uno dice el 20% de las personas tienen ojos verdes, es lo mismo que decir 20 personas de cada 100, por ejemplo, si decimos, el 35% de la población está en la pobreza, entonces, ¿Qué significa el 35?, que 35 personas de cada 100, viven en la pobreza, eso es lo que significa los porcentajes. Yo le podría decir a ustedes entonces, podríamos convertir esto a porcentajes, ¿cuánto sería? A ver, vamos a mirar 15 de 40, la $\frac{15}{40}$ parte de este grupo asistieron hoy aquí. $\frac{15}{40}$ es lo mismo que tener, ¿Qué?, saquémosle fracciones equivalentes a esto, vea si yo le saco por ejemplo quinta a 15, ¿ustedes se acuerdan de la simplificación de fraccionarios? ¿Da 3 y quinta de 40?

Estudiantes: serían 5.

Docente: O sea que tener $\frac{3}{8}$ es lo mismo que tener $\frac{15}{40}$. Bien vamos a graficar, si yo digo que 3/8 es lo mismo que $\frac{15}{40}$, estamos hablando de la misma cantidad, las $\frac{3}{8}$ partes de este salón vino a estudiar hoy por la tarde, ¿Cuántas partes de octavos se quedaron en la casa? Si $\frac{3}{8}$ vinieron, ¿Cuántos son los que se quedaron? 5 ¿cierto? $\frac{5}{8}$, porque si ustedes suman 3+5 me da 8, $\frac{8}{8}$.

Estudiantes: Si es por ejemplo un 11 abajo o un 20, ¿Cómo se le dice?

Docente: Se dice onceavo o veinteavo.

Muchachos entonces me interesa que haya quedado claro el concepto de numero racional, resulta que ustedes se complican mucho cuando empezamos a hacer operaciones con los números fraccionarios, entonces si yo a ustedes les digo $\frac{3}{2}+\frac{2}{2}$, pues eso si es fácil, ¿Cuánto me da $\frac{3}{2}+\frac{2}{2}$?

Estudiantes: $\frac{5}{2}$.

Docente: Si yo tengo 3 mitades de naranjas, más 2 mitades de naranjas, pues me da 5 mitades de naranjas, entonces vamos a mirar eso ya rápidamente para finalizar.

Estudiantes: Profe, por ejemplo $\frac{4}{4}$, la división de ese da 1, y $\frac{8}{4}$ da 2 entonces 1+2 seria 3.

Docente: Muy bien, porque si ustedes suman 4+8 da 12, eso se puede hacer porque esto tiene igual denominador, o sea yo tengo $\frac{8}{4}+\frac{4}{4}$ da $\frac{12}{4}$, miren que los denominadores no se suman, y resulta que $\frac{12}{4}$ es lo mismo que 3, miren que coincide con lo que dijo el compañero, entonces muy fácil sumar fraccionarios cuando los denominadores son iguales, pero cuando no son iguales se complica un poquito la cosa. Cuando no son iguales yo no puedo sumar así derecho, por ejemplo, si yo tengo $\frac{3}{2}+\frac{5}{3}$ ahí si yo no puedo decir que 3+5 da 8 y que 2+3 es 5, no, esto esta malo, yo no lo puedo hacer. Entonces cuando los números fraccionarios tienen distinto denominador hay que hacer unos procedimientos, hay varias formas de hacerlo, ¿Quiénes se acuerdan como sumar fraccionarios de distinto denominador?

Estudiantes: En cruz.

Docente: En cruz, ¿Cómo? ¿Quién quiere hacerlo? Vamos a acordarnos del concepto, resulta que, para sumar fraccionarios, en muchos libros dice así, que los fraccionarios de diferente denominador no se pueden sumar y que hay que volver de igual denominador para que se puedan sumar, entonces una forma es volverlas fracciones homogéneas, es decir con denominadores iguales, ¿hay forma de poner el denominador de estas 2 fracciones igual? O sea, recuerden que ahora les expliqué que las fracciones pueden ser equivalentes, puede haber varias fracciones que indiquen lo mismo, ¿a qué número equivalente podríamos poner esta fracción y esta para que queden iguales? O sea, hay varios métodos, pero yo les voy a explicar primero por qué uno hace el procedimiento, porque uno lo que trata de hacer es que estas 2 fracciones que están acá volverlas homogéneas, o sea volverlas del mismo denominador. Entonces se los voy a hacer yo y ustedes van a ver cómo es que lo hice, entonces $\frac{3}{2}$ es lo mismo que tener $\frac{9}{6}$, multipliqué arriba por 3 y abajo también, y $\frac{5}{3}$ es lo mismo que tener $\frac{10}{6}$, ¿Qué fue lo que hice? Resulta que para uno hallar fracciones equivalentes hay un método muy sencillo que se llama complicación, este método es multiplicar el número de arriba y el número de abajo por el mismo número, por ejemplo, yo tengo $\frac{3}{2}$ y quiero hallar una fracción equivalente a $\frac{3}{2}$, puedo decir, si multiplico $\frac{3}{2}$ por 3 arriba y abajo, $3x3$ da 9 y $2x3$ da 6, aquí lo que hice fue este $\frac{3}{2}$ lo estoy amplificando a $\frac{9}{6}$, pero si ustedes cogen una calculadora y hacen la cuenta, 3÷2 da lo mismo que 9÷6 y es lo que les decía ahora, si yo me como $\frac{3}{2}$ de naranja, es lo mismo que comerme $\frac{9}{6}$ de naranja, lo mismo hice aquí con $\frac{5}{3}$ lo multiplique por 2 arriba y abajo, en realidad cuando yo multiplico por $\frac{2}{2}$, ¿Por cuánto estoy multiplicando?

Estudiantes: Por 1.

Docente: En realidad, por eso esa fracción no la estoy afectando, le estoy cambiando los números pero en realidad estoy hablando de lo mismo, $5x2$ me da 10 y $3x2$ me da 6.

De ahí estoy diciendo que esta fracción la convertí en $\frac{9}{6}$, yo estoy diciendo que $\frac{3}{2}$ es igual a $\frac{9}{6}$ y $\frac{5}{3}$ es igual a $\frac{10}{6}$, lo que pasa es que aquí esta amplificada o complificada, es lo mismo, y entonces si yo tengo esto de esta forma ahí si lo puedo sumar, 9+10 es 19 y el 6 queda igual entonces queda $\frac{19}{6}$, en realidad $\frac{3}{2}+\frac{5}{3}$ es igual a $\frac{19}{6}$, miren que esto da muy distinto, pero resulta que en realidad este procedimiento no se hace así, si no que hay otros más sencillos, uno es sacando mínimo común múltiplo del 2 y el 3 , ¿Cuánto es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?

Estudiantes: 1.

Docente: El 6, y entonces al ser el 6, yo digo 6÷2 da 3 y $3x3$ da 9. Pero igual eso lo vamos a profundizar en la próxima clase porque no nos alcanzó el tiempo para más, igual la nota que tienen hoy, con la asistencia ya tienen nota de 5.

En la próxima clase vamos a profundizar en esto para que hagamos operaciones con números racionales donde vamos a meter números positivos, negativos, racionales y le vamos a meter un poquito también de números decimales.

Espero que haya quedado claro esto, tenemos que practicar más esa parte.

A.4 ANEXO 4

A.4.1 Formato de entrevistas de estudiantes y docentes

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de números racionales, en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira

Investigador: Cristian David Franco Restrepo

Docente: 1 **Asignatura: Aritmética**

Edad: _____

CUESTIONARIO: ENTREVISTA ESCRITA-ESTUDIANTES 7-2

NOTA: Ten presente que en tus explicaciones no hay respuestas equivocadas, pues lo que queremos conocer son tus percepciones y argumentos acerca de lo que le entendiste a tu profesor.

TEMAS DESARROLLADOS: Definición de los números naturales, enteros y racionales, ejemplos de números racionales.

1. Cuando el profesor se refirió a**: *"Los números naturales los simbolizamos con la letra* $\mathbb{N}$*, los números enteros con la* $\mathbb{Z}$ *mayúscula."*** ¿usted que entendió?
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

2. Cuando el profesor dijo: ***"Como los números naturales se pueden representar con letras y los números enteros se pueden representar con letra*** $\mathbb{Q}$***."*** ¿usted qué entendió?
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

3. Cuando el profesor dijo: "***El 2 que es un entero y a la vez un numero natural, lo puedo representar otra vez en una fracción*"** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

4. Cuando el profesor se refirió a**: *"Este denominador como me decía Francisco no puede ser igual a cero, pues entonces, ya no será una fracción*.**"** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

5. Cuando el profesor dijo: ***"Los números racionales dijimos que los números racionales eran igual a lo siguiente: los números racionales es igual a a/b donde a y b ∈ a los Z, pero b es ≠ 0 porque en una fracción no puede haber un denominador 0."*** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

6. Cuando el profesor se refirió a**: *"Los que representamos para los números naturales, los utilizamos para representar situaciones las cuales tenemos que mirar la relación entre dos cantidades."*** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

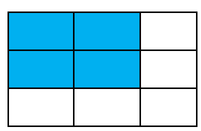
7. Cuando el profesor se refirió a: "***las relaciones que nosotros hacemos pueden ser positivas y negativas"*** ¿usted qué entendió?

____
____
____

8. Cuando el profesor se refirió a**: *"En física la podemos utilizar para mirar desde cierta distancia recorriendo desde un automóvil desde cierta distancia hasta lo la otra y miramos cual será el tiempo recorrido para dicho recorrido"*** ¿usted qué entendió?

9. Cuando el profesor dijo: ***"si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción representa esa parte del pastel?"*** ¿usted qué entendió?

10. Cuando el profesor dijo: ***"En los números racionales las partes que se colorean se llaman numerador y en las que se divide se llama denominador. Dijimos que aquí en esta relación, esta figura que estamos mostrando aquí se está dividiendo, ¿en cuánto?"*** ¿usted qué entendió?



11. Cuando el profesor se refirió a: "***Tenemos 24 naranjas y de esas 24, digamos que Yurleidy vino con hambre y dice comámonos 12… la relación; las 12 naranjas son las que se come Yurleidy y las otras son las que están sobrando entonces decimos*** $\frac{12}{24}$ ***es una relación"*** ¿usted qué entendió?

12. Cuando el profesor dijo: ***"Queda en 0, queda en la recta numérica en 0 ¿cierto?, queda en el punto de origen, el punto inicial"*** ¿usted qué entendió?

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de números racionales, en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira.

Investigador: Cristian David Franco Restrepo

Docente 1 **Asignatura: Aritmética**

CUESTIONARIO: ENTREVISTA ESCRITA-DOCENTE

TEMAS DESARROLLADOS: Definición de los números naturales, enteros y racionales, ejemplos de números racionales.

Explique que trataba de dar a entender a los estudiantes con cada una de las siguientes expresiones que utilizó en el desarrollo de las clases:

1. ***"Los números naturales los simbolizamos con la letra*** $\mathbb{N}$***, los números enteros con la*** $\mathbb{Z}$ ***mayúscula"***
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

2. ***"Como los números naturales se pueden representar con letras y los números enteros se pueden representar con letra*** $\mathbb{Q}$***."***
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

3. ***"El 2 que es un entero y a la vez un numero natural, lo puedo representar otra vez en una fracción."***
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

4. "*Este denominador como me decía Francisco no puede ser igual a cero, pues entonces, ya no será una fracción.*"

5. ***"Los números racionales dijimos que los números racionales eran igual a lo siguiente: los números racionales es igual a a/b donde a y b ∈ a los enteros, pero b es ≠ 0 porque en una fracción no puede haber un denominador 0."***

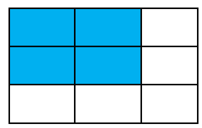
6. ***"Los que representamos para los números naturales, los utilizamos para representar situaciones las cuales tenemos que mirar la relación entre dos cantidades."***

7. ***"Las relaciones que nosotros hacemos pueden ser positivas y negativas"***

8. "***En física la podemos utilizar para mirar desde cierta distancia recorriendo desde un automóvil desde cierta distancia hasta lo la otra y miramos cual será el tiempo recorrido para dicho recorrido."***

9. ***"Si tenemos que hay un pastel que se divide en 8 partes iguales, ¿qué fracción representa esa parte del pastel?"***

10. *“En los números racionales las partes que se colorean se llaman numerador y en las que se divide se llama denominador. Dijimos que aquí en esta relación, esta figura que estamos mostrando aquí se está dividiendo, ¿en cuánto?”*



11. *“Tenemos 24 naranjas y de esas 24, digamos que Yurleidy vino con hambre y dice comámonos 12… la relación; las 12 naranjas son las que se come Yurleidy y las otras son las que están sobrando entonces decimos* $\frac{12}{24}$ *es una relación”*

12. *“Queda en 0, queda en la recta numérica en 0 ¿cierto?, queda en el punto de origen, el punto inicial.”*

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de números racionales, en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira

Investigador: Cristian David Franco Restrepo

Docente: 2 **Asignatura: Aritmética**

Edad: _____

CUESTIONARIO: ENTREVISTA ESCRITA-ESTUDIANTES 7-1

NOTA: Ten presente que en tus explicaciones no hay respuestas equivocadas, pues lo que queremos conocer son tus percepciones y argumentos acerca de lo que le entendiste a tu profesor.

TEMAS DESARROLLADOS: Definición de los números naturales, enteros y racionales, ejemplos de números racionales.

1. Cuando el profesor se refirió a**: *"Los números enteros eran todos aquellos números que eran los positivos y los negativos, pero todos eran enteros."*** ¿usted que entendió?
____
____
____
____
____

2. Cuando el profesor dijo: ***"Los números enteros son aquellos que son de unidad en unidad."*** ¿usted qué entendió?
____
____
____
____
____

3. Cuando el profesor dijo: **"*Decíamos que entre esos números también hay infinitos números, entre 0 y 1 hay infinitos números, entre 1 y 2 hay infinitos números todos los que ustedes quieran*"** ¿usted qué entendió?
____
____

4. Cuando el profesor se refirió a**: *"Cuando yo tengo una fracción donde el numerador y el denominador son iguales, decimos que son fracciones unitarias*."** ¿usted qué entendió?

5. Cuando el profesor dijo: ***"Los números racionales siempre tienen la particularidad de que se tienen que expresar como la división entre dos números"*** ¿usted qué entendió?

6. Cuando el profesor se refirió a**: *"Entonces los fraccionarios vienen de ahí y ¿Qué estamos diciendo? Que los números racionales son todos los números, incluyendo también los números enteros, pero son todos los números que están en la mitad de estos números también enteros, todo este conjunto es el conjunto de los números racionales"*** ¿usted qué entendió?

7. Cuando el profesor se refirió a: "***Estos números enteros son números racionales, porque todos los números enteros se pueden expresar como la división de 2 números, por ejemplo, el 5 puede ser $\frac{10}{2}$, el 4 puede ser $\frac{12}{3}$, ya que 12÷3 es igual a 4, y 4 lo puedo expresar también como $\frac{8}{2}$."*** ¿usted qué entendió?

8. Cuando el profesor se refirió a***: “Las fracciones se pueden expresar de múltiples formas y muchas fracciones están expresando en realidad la misma cantidad, esto lo denominamos fracciones equivalentes, que son aquellas que en cantidad expresan lo mismo”*** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

9. Cuando el profesor dijo: ***“Los fraccionarios a mí me sirven para representar también proporciones, cuando uno dice 20 de cada 100 personas tienen los ojos verdes, entonces estamos diciendo que, de 100 personas, solo 20 tienen los ojos verdes”*** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

10. Cuando el profesor dijo: ***“Entonces miren lo que sucede ahí, observen, ¿alguien trajo calculadora? Dividan 10÷3 en la calculadora, ¿Cuánto le da?, eso da 3,333… resulta que este es un numero decimal periódico, porque mire que el número 3 se empieza a repetir indefinidamente, o sea que este es un numero decimal periódico pero que se repite infinitamente el 3. Este es un número racional, es racional porque igual yo lo puedo expresar como*** $\frac{10}{3}$ ***cualquier número que se exprese como la división entre 2 números es un número racional, porque es un número periódico”*** ¿usted qué entendió?

____
____
____
____
____

11. Cuando el profesor se refirió a: “***Si Ustedes tienen una naranja y la dividen en 4 cascos ¿cierto? En 4 partes iguales, cada casquito viene a ser*** $\frac{1}{4}$***, si se comen los 4 cascos, ¿me estoy comiendo cuantos cuartos?...*** $\frac{4}{4}$ ***es lo mismo que tener una naranja”*** ¿usted qué entendió?

____
____
____

12. Cuando el profesor dijo: ***"Si yo tengo 3 mitades de naranjas, más 2 mitades de naranjas, pues me da 5 mitades de naranjas, entonces vamos a mirar eso ya rápidamente para finalizar."*** ¿usted qué entendió?

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico docente en el aprendizaje de números racionales, en grado séptimo de la Institución Educativa Jaime Salazar Robledo de Pereira.

Investigador: Cristian David Franco Restrepo

Docente 2 **Asignatura: Aritmética**

CUESTIONARIO: ENTREVISTA ESCRITA-DOCENTE

TEMAS DESARROLLADOS: Definición de los números naturales, enteros y racionales, ejemplos de números racionales.

Explique que trataba de dar a entender a los estudiantes con cada una de las siguientes expresiones que utilizó en el desarrollo de las clases:

1. ***"Los números enteros eran todos aquellos números que eran los positivos y los negativos, pero todos eran enteros"***

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

2. ***"Los números enteros son aquellos que son de unidad en unidad."***

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

3. ***"Decíamos que entre esos números también hay infinitos números, entre 0 y 1 hay infinitos números, entre 1 y 2 hay infinitos números todos los que ustedes quieran."***

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

4. “C*uando yo tengo una fracción donde el numerador y el denominador son iguales, decimos que son fracciones unitarias.*”

5. ***“Los números racionales siempre tienen la particularidad de que se tienen que expresar como la división entre 2 números”***

6. ***“Entonces los fraccionarios vienen de ahí y ¿Qué estamos diciendo? Que los números racionales son todos los números, incluyendo también los números enteros, pero son todos los números que están en la mitad de estos números también enteros, todo este conjunto es el conjunto de los números racionales”***

7. ***“Estos números enteros son números racionales, porque todos los números enteros se pueden expresar como la división de 2 números, por ejemplo, el 5 puede ser $\frac{10}{2}$, el 4 puede ser $\frac{12}{3}$, ya que 12÷3 es igual a 4, y 4 lo puedo expresar también como $\frac{8}{2}$.”***

8. “***Las fracciones se pueden expresar de múltiples formas y muchas fracciones están expresando en realidad la misma cantidad, esto lo denominamos fracciones equivalentes, que son aquellas que en cantidad expresan lo mismo”***

9. ***"Los fraccionarios a mí me sirven para representar también proporciones, cuando uno dice 20 de cada 100 personas tienen los ojos verdes, entonces estamos diciendo que, de 100 personas, solo 20 tienen los ojos verdes"***

10. ***"Entonces miren lo que sucede ahí, observen, ¿alguien trajo calculadora? Dividan 10÷3 en la calculadora, ¿Cuánto le da?, eso da 3,333… resulta que este es un numero decimal periódico, porque mire que el número 3 se empieza a repetir indefinidamente, o sea que este es un numero decimal periódico pero que se repite infinitamente el 3. Este es un número racional, es racional porque igual yo lo puedo expresar como 10/3 cualquier número que se exprese como la división entre 2 números es un número racional, porque es un número periódico"***

11. ***"Si Ustedes tienen una naranja y la dividen en 4 cascos ¿cierto? En 4 partes iguales, cada casquito viene a ser*** $\frac{1}{4}$***, si se comen los 4 cascos, ¿me estoy comiendo cuantos cuartos?...*** $\frac{4}{4}$ ***es lo mismo que tener una naranja."***

12. ***"Si yo tengo 3 mitades de naranjas, más 2 mitades de naranjas, pues me da 5 mitades de naranjas, entonces vamos a mirar eso ya rápidamente para finalizar."***